

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
UNIDADE ACADÊMICA DE GARANHUNS
CURSO DE LICENCIATURA EM PEDAGOGIA

Tânia de Melo Oliveira

**Um estudo sobre a abordagem da Subtração de números naturais em Livros
Didáticos de Matemática utilizados na Rede Municipal de Ensino de
Paranatama**

GARANHUNS-PE
2019

Tânia de Melo Oliveira

Um estudo sobre a abordagem da Subtração de números naturais em Livros Didáticos de Matemática utilizados na Rede Municipal de Ensino de Paranatama

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção de título de Licenciado em Pedagogia, pelo Curso de Licenciatura em Pedagogia da Universidade Federal Rural de Pernambuco-(UFRPE)/Unidade Acadêmica de Garanhuns.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Rosinalda Aurora de Melo Teles.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

O48e

Oliveira, Tânia de Melo

Um estudo sobre a abordagem da Subtração de números naturais em Livros Didáticos de Matemática utilizados na Rede Municipal de Ensino de Paratama / Tânia de Melo Oliveira. - 2019.
47 f.

Orientadora: Rosinalda Aurora de Melo Teles.
Inclui referências.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal Rural de Pernambuco,
Licenciatura em Pedagogia, Garanhuns, 2020.

1. Subtração. 2. Livro Didático. 3. Teoria dos Campos Conceituais. I. Teles, Rosinalda Aurora de Melo, orient. II. Título

CDD 370

Tânia de Melo Oliveira

Um estudo sobre a abordagem da Subtração de números naturais em Livros Didáticos de Matemática utilizados na Rede Municipal de Ensino de Paranatama

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção de título de Licenciado em Pedagogia, pelo Curso de Licenciatura em Pedagogia da Universidade Federal Rural de Pernambuco- (UFRPE)/Unidade Acadêmica de Garanhuns.

Aprovado em: _____ de _____ de _____

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Rosinalda Aurora de Melo Teles (UFRPE/UAG)
(Orientadora)

Prof. Dr. Mariel José Pimentel de Andrade (UFRPE/UAG)
(1º Examinador)

Prof. Ms. Arlam Dielcio Pontes da Silva (Prefeitura Municipal de Garanhuns)
(2º Examinador)

Dedico este trabalho aos meus amados pais e irmão, que fizeram a dura jornada ser menos pesada, bonita e iluminada.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, por sempre me fortalecer e me fazer prosseguir em meio às tribulações da vida, graças a Ele cheguei até aqui e continuo seguindo minha caminhada.

À minha mãe Maria Luiza e ao meu pai João, meu irmão João Carlos, que sempre estiveram comigo nessa jornada bela e árdua que é a vida e sabem bem de todas as dificuldades percorridas até aqui, me apoiaram e fizeram de tudo para que esta conquista fosse alcançada. Muito obrigada, por tudo.

Aos amigos e pessoas especiais que estiveram comigo nessa jornada, com todo seu incentivo e carinho, muito obrigada.

À professora orientadora Rosinalda Teles, por ter me incentivado durante o processo, com paciência e companheirismo no desenvolvimento desse trabalho. Obrigada, professora.

Grata aos docentes que contribuíram com seus conselhos e incentivo no decorrer desses anos na formação acadêmica.

Gratidão a ti Deus, por tudo.

“Tudo o que temos de decidir é o que fazer com o tempo que nos é dado”

(John Ronald Reuel Tolkien)

RESUMO

O presente trabalho tem como intuito apresentar os resultados de uma análise didática com foco específico na operação matemática subtração com números naturais; utilizando como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud. As dificuldades dos estudantes em relação a esta operação são recorrentes e diversas. Sabendo-se que os livros didáticos se constituem como instrumentos para auxiliar no processo de ensino aprendizagem, mas nem sempre promovem estratégias para desenvolvimento das habilidades necessárias para resolver diferentes situações, buscamos compreender como livros didáticos de matemática para os anos iniciais abordam situações envolvendo a operação fundamental subtração com números naturais. Especificamente analisamos atividades e explicações e recursos didáticos que envolvem as ações de retirar, comparar e completar propostas nos capítulos que tratam o tema e no manual do professor dos livros dos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, utilizados na rede municipal de ensino da cidade de Paratama -PE. A Pesquisa é do tipo documental com abordagem qualitativa e com certo aspecto quantitativo. O método utilizado é indutivo, pois não há concepções pré-formadas, nem considera hipóteses prévias. Os dados obtidos apontaram que a quantidade de situações que abordam as ideias de retirar, comparar e completar é insuficiente nos dois volumes. Dentre as estratégias de cálculo sugeridas destacam-se o uso do algoritmo convencional a partir do recurso à ordem superior ou “método do empréstimo”, e também a subtração do mesmo valor no minuendo e no subtraendo, especialmente quando há zeros no minuendo; cálculo mental, arredondamento e a reta numérica também foram utilizados para desenvolver estratégia de raciocínio. Em relação aos recursos destacaram-se a reta numérica, a calculadora e o material dourado.

Palavras chave: Subtração. Livro Didático. Teoria dos Campos Conceituais.

ABSTRACT

The present work aims to present the results of a didactic analysis with a specific focus on the mathematical operation subtraction with natural numbers; using Gerard Vergnaud's Theory of Conceptual Fields as a theoretical contribution. The students' difficulties in relation to this operation are recurrent and diverse. Knowing that textbooks are instruments to assist in the teaching-learning process, but do not always promote strategies for developing the skills necessary to solve different situations, we seek to understand how mathematics textbooks for the early years address situations involving the operation fundamental subtraction with natural numbers. We specifically analyzed activities and explanations and didactic resources that involve the actions of removing, comparing and completing proposals in the chapters that deal with the theme and in the teacher's manual of the 4th and 5th year elementary school books, used in the municipal education network of city of Paranatama-PE. The research is of the documentary type with a qualitative approach and with a certain quantitative aspect. The method used is inductive, as there are no pre-formed concepts, nor does it consider previous hypotheses. The data obtained showed that the number of situations that address the ideas of removing, comparing and completing is insufficient in both volumes. Among the suggested calculation strategies, we highlight the use of the conventional algorithm using the higher order or "loan method", and also subtracting the same value in the minuendo and subtrendendo, especially when there are zeros in the minuendo; mental calculus, rounding and the number line were also used to develop a reasoning strategy. Regarding resources, the numerical line, the calculator and the gold material stood out.

Keywords: Subtraction. Textbook. Conceptual Field Theory.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Situação de Comparar.....	18
Figura 2 – Livro didático do 4° ano.....	23
Figura 3 – Livro didático do 5° ano.....	23
Figura 4 – Capítulo do Livro didático do 4° ano.....	25
Figura 5 – Capítulo do Livro didático do 5° ano.....	25
Figura 6 – Situação que envolve a ideia de retirar.....	27
Figura 7 – Realização da prova real.....	27
Figura 8 – Situação que envolve as ideias de comparar e completar.....	28
Figura 9 – Cálculo numérico.....	28
Figura 10 – Operações inversas.....	29
Figura 11 – Algoritmo usual.....	29
Figura 12 – Uso da calculadora para verificação de resultados.....	30
Figura 13 – Arredondamento.....	30
Figura 14 – Reta numérica.....	31
Figura 15 – Estratégia de subtração do minuendo e do subtraendo.....	31
Figura 16 – Situação de retirar.....	33
Figura 17 – Etapa de execução do problema.....	34
Figura 18 – Prova real.....	35
Figura 19 – Situação de comparar e completar.....	35
Figura 20 – Uso das operações inversas.....	36
Figura 21 – Resolução com uso do Algoritmo usual.....	37
Figura 22 – Nomenclaturas da subtração.....	37
Figura 23 – Subtração do minuendo e do subtraendo.....	38
Figura 24 – Reta numérica como estratégia de cálculo mental.....	38
Figura 25 – Cálculo mental.....	39
Figura 26 – Calculadora utilizada como recurso na resolução de operações inversas.....	39
Figura 27 – Situação com uso do arredondamento.....	40
Figura 28 – Elaboração de um problema.....	40
Figura 29 – Situação problema com cálculos parciais.....	41

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Tipos e quantidade de situações apresentadas no livro do 4° ano.....	26
Quadro 2 – Coleta de dados dos tipos de situações, estratégias e recursos didáticos analisados no livro do 4° ano.....	32
Quadro 3 – Tipos e quantidade de situações apresentadas no livro do 5° ano.....	33
Quadro 4 – Coleta de dados dos tipos de situações, estratégias e recursos didáticos analisados no livro do 5° ano.....	42

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1	COMPREENSÃO DAS ESTRUTURAS ADITIVAS NO PROCESSO DE AQUISIÇÃO DO CONHECIMENTO PARA O DESENVOLVIMENTO DE HABILIDADES	14
2.2	TÉCNICAS OPERATÓRIAS DA SUBTRAÇÃO	16
2.2.1	Uso do livro didático e a importância de ressignificar a prática docente ...	20
3	METODOLOGIA	22
4	ANÁLISE DE DADOS	25
4.1	ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO DO 4º ANO	25
4.2	ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO DO 5º ANO	33
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	42
6	REFERÊNCIAS	45

1 INTRODUÇÃO

A construção conceitual em relação às operações matemáticas de estrutura aditiva ao longo dos anos iniciais é um processo que envolve um vasto campo de dificuldades expressas pelas crianças, tanto no cálculo relacional, ou seja, na compreensão do enunciado dos problemas, quanto no cálculo numérico, especialmente nas operações que envolvem a decomposição e o reagrupamento, ou seja, aquelas nas quais o valor absoluto de alguns algarismos do minuendo são maiores que os do subtraendo, e muito mais quando aparecem “zeros” no minuendo.

Neste sentido é relevante compreender o encadeamento de ideias, as concepções formadas pelos educandos, o que levou a estruturar estas e no que implicam as dificuldades de aprendizagem. Neste trabalho buscamos compreender como livros didáticos de matemática para os anos iniciais, especificamente para os 4º e 5º anos, abordam situações envolvendo a operação fundamental subtração.

Nos restringimos às operações da subtração com números naturais porque esse é o domínio numérico das operações que são estudadas nos anos iniciais; conforme Vergnaud (2009, p.198): “[...]os números naturais não são nem positivos nem negativos, uma vez que correspondem a medidas e não a transformações. Os números naturais são números sem sinal¹”. Não nos aprofundaremos na discussão teórica sobre números naturais pois este é um trabalho com foco limitado na análise de livros didáticos.

Como enfatizado por Choppin (2004, p.5), o livro didático: “constitui o suporte privilegiado dos conteúdos educativos, o depositário dos conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações”. Deste modo, é relevante analisar como este instrumento didático aborda os conteúdos e que estratégias propõe para a aprendizagem dos alunos.

Para analisar a abordagem da subtração em livros didáticos de matemática para os anos iniciais, utilizaremos como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais, de Gerard Vergnaud (1993), nos restringindo às ações de retirar, comparar e completar, subjacentes à operação de subtração. Os resultados obtidos poderão ajudar a conjecturar sobre o desenvolvimento do raciocínio matemático e as estratégias de resolução de problemas que podem ser utilizadas pela criança para resolver diferentes situações propostas nesses livros. Em razão disto, temos o

¹ Grifo do autor

seguinte problema: Como os livros didáticos de matemática do 4° e 5° anos do ensino fundamental abordam a subtração de números naturais?

As atividades matemáticas, quando dissociadas do contexto real, encontram-se envolvidas no campo de possíveis hipóteses relacionadas às dificuldades que os educandos apresentam durante cada etapa. As dificuldades enfrentadas pelos alunos em relação às operações de adição e subtração são recorrentes, sendo que nesta última a frequência com que ocorrem é mais constante. “[...] não é em alguns dias ou em algumas semanas que uma criança adquire uma competência nova ou compreende um conceito novo, mas, sim, ao longo de vários anos de escola e de experiência”. (VERGNAUD, 2011, p.16).

Desta forma a aquisição de conhecimentos é um processo contínuo que exige construções anteriores iniciadas no começo da escolarização. Em razão apontar aspectos que possam nos ajudar a compreender melhor as dificuldades dos educandos em relação às operações aditivas, temos como objetivo geral: analisar a abordagem da subtração de números naturais em livros didáticos do 4° e 5° anos do ensino fundamental adotados pela Escola João Bezerra Sobrinho da rede municipal de Paratama - PE.

E como objetivos específicos: a) analisar quais tipos de situações envolvendo subtração de números naturais são abordadas em livros didáticos de matemática; b) identificar estratégias de cálculo sugeridas nos livros didáticos; c) identificar recursos didáticos sugeridos nas abordagens dos livros didáticos;

Embora o foco seja análise de livros didáticos, nos preocupamos com a minimização de dificuldades de aprendizagem. Entre outros aspectos, de acordo com Piaget (2007), várias se dão devido ao processo de como as crianças assimilam e acomodam as informações tendo em vista que boa parte das vezes ocorre somente assimilação mas não acomodação. Conforme elucidado nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática:

(...)tem-se buscado, sem sucesso, uma aprendizagem em Matemática pelo caminho da reprodução de procedimentos e da acumulação de informações; nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial. (BRASIL, 1997, p.29)

Desta forma, os saberes matemáticos estão articulados ao processo de como ocorre a construção do conhecimento juntamente com a mudança de etapa da abstração para a concretização; as quais constituem-se como partes de um todo em

que as percepções e concepções passam a ter sentido para os educandos, contextualizar conteúdo com aprendizagem efetiva.

Utilizaremos como referencial teórico: Vergnaud (1993; 2009; 2011), Guimarães e Borba (2015), Mello (2008), Ramos (2009), Teles (2015, 2017), Schirlo (2014), Silva (2015), dentre outros; juntamente com os documentos oficiais como os parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN's), Programa Nacional do livro didático (PNLD) e a Base Nacional Curricular Comum (BNCC). O capítulo 3 abordará a metodologia, a qual explicita qual o tipo de pesquisa, métodos, procedimentos que constituem as etapas deste trabalho. No capítulo 4 será apresentada a análise de dados e posteriormente, no capítulo 5, as considerações finais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 COMPREENSÃO DAS ESTRUTURAS ADITIVAS NO PROCESSO DE AQUISIÇÃO DO CONHECIMENTO PARA O DESENVOLVIMENTO DE HABILIDADES

Adotamos como referencial teórico nessa pesquisa a Teoria dos Campos Conceituais, proposta por Gérard Vergnaud (1993), que oferece um referencial ao estudo do desenvolvimento cognitivo e da aprendizagem de competências complexas. Moraes, Silva, Pessoa e Teles (2017), apoiando-se em Magina (2005), afirmam que de acordo com essa teoria, a compreensão de um conceito exige um conjunto de variedades de conceitos, procedimentos e representações simbólicas que estão intimamente ligados, e estes ocorrem ao longo do tempo através de experiências, maturidade e aprendizado.

As operações fundamentais, especificamente a de “subtração”, constituem o âmago de dificuldades demonstradas pelos alunos nos anos iniciais para resolução de situações matemáticas. Conforme Vergnaud (1993, p.2), “[...] É nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do estudante, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do estudante seja operatória”.

Assim sendo, as situações matemáticas envolvem esquemas já formulados pelo aluno, havendo duas circunstâncias: ou o aluno já dispõe das competências necessárias apresentando já de forma automática um esquema diante do problema a

ser resolvido; ou ainda não dispõe das devidas competências, apresentando vários esquemas com intuito de chegar à resposta certa.

Antes de sistematizar, faz-se necessário a compreensão a partir das informações apresentadas para solucionar o problema, visto que o domínio das técnicas operatórias depende dos conhecimentos que o aluno construiu durante os ciclos anteriores. Os conceitos e as situações estão interligados, de maneira que para resolver determinada situação o educando precisa compreender a aplicabilidade do conceito na situação. Neste sentido, é através das situações, as quais Vergnaud denomina como tarefas, que o aluno vai construindo o conhecimento a partir das reconstruções cognitivas que ocorrem, as variadas situações propiciam sentido ao conceito.

A compreensão do valor numérico, em especial a noção do valor posicional dos algarismos, aspecto importante para compreensão do cálculo numérico, é, de fato, um empecilho para boa parte dos alunos, conforme pesquisas constataram; dentre as quais discutiremos posteriormente a pesquisa de Melo (2008) e Borba e Guimarães (2015).

Vergnaud (2009) ressalta dois níveis cognitivos referentes à criança, em relação à noção de números: o primeiro trata-se da simples recitação, onde a criança apenas recita determinada sequência numérica, onde ela fala, como citado pelo autor: “as palavras que ela sabe que devem vir uma após a outra”; sendo assim, sem associação á conjunto de objetos, seria um falar por falar. Já no nível da contagem:

(...)a recitação da sequência numérica é então acompanhada de gestos da mão e de movimentos dos olhos que mostram que a criança executa sua atividade de estabelecer uma correspondência entre o conjunto de objetos, de um lado, e a sequência numérica falada, de outro. (VERGNAUD, 2009, p.126)

Desta forma, a apropriação dos valores numéricos encontra-se interligada ao sistema de numeração decimal, o qual é imprescindível nas construções iniciais do conhecimento matemático. Para ratificar essa afirmação, citamos algumas das unidades temáticas que compõem a Base Nacional Comum Curricular, no eixo temático Números: Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais; Problemas de contagem; Sistema de numeração decimal: leitura, escrita e ordenação de números naturais; Problemas:

adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, entre outras (BRASIL, 2017, p. 286-290).

Desta forma, nos anos iniciais almeja-se o desenvolvimento de habilidades como ler, escrever, ordenar, compreender as principais características do sistema de numeração decimal, a decomposição, estratégias de cálculo mental, entre outras. As situações que os livros didáticos abordam por vezes exigem o pensamento reflexivo sobre tal resolução levando o educando a pensar estratégias, em outros casos muitas situações são apresentadas de maneira superficial pouco reflexiva. A seguir discutimos algumas técnicas para cálculo numérico envolvendo a subtração, apresentadas num livro específico de Metodologia do Ensino da Matemática, amplamente validado no meio acadêmico.

2.2 TÉCNICAS OPERATÓRIAS DA SUBTRAÇÃO

Em relação à subtração temos as seguintes ações: ação de retirar, ação de comparar e ação de completar. Para propiciar melhor clareza, seguimos um modelo de exemplificação utilizado por Ramos (2009, p.73) para retratar uma determinada situação matemática referente à ideia de retirar:

“No parque havia 29 crianças e saíram 17. Quantas crianças ficaram no parque? ”

$$\begin{array}{ccc}
 \text{Havia} & & \text{Saíram} \\
 \swarrow & & \searrow \\
 & 29 - 17 & = 12 \text{ crianças ficaram} \\
 & & \text{no parque}
 \end{array}$$

Desta forma, há um estado inicial (29) e posteriormente ocorre a modificação desse estado inicial (17), que requer uma ação de retirar, resultando num estado final (12). Uma alternativa de explorar esta operação com os alunos que se encontram em nível inicial de aprendizagem relacionado a operações pode ser a resolução realizada de forma expandida, que é justamente a decomposição dos valores numéricos, como por exemplo:

20	9	(estavam)
10	7	(saíram)
10	2	=12 (ficaram)

Outra maneira de resolução é a caracterizada como breve, sendo que nesta os alunos já se encontram com o conhecimento matemático necessário em relação à esta forma de solucionar o problema; têm as ações consolidadas, tendo domínio do que seja dezena e unidade sem necessidade de decompor:

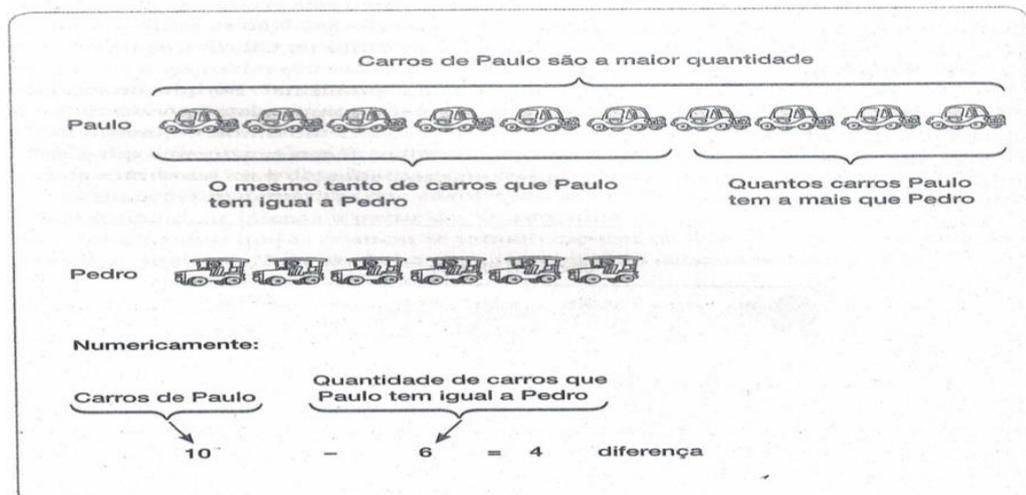
$$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 29 \\ -17 \\ \hline 12 \end{array}$$

Assim sendo, nesta última o aluno tem conhecimento do valor numérico representado por 1 que corresponde a 10 (dezena) e 2, que corresponde somente à unidade. A ação de completar, boa parte das vezes, exige análise da situação na qual há um determinado valor numérico inicial seguido de um segundo valor que exige descobrir quanto falta. Como ressaltado nos Parâmetros Curriculares de Matemática (1997): “Espera-se que o aluno seja capaz de utilizar o número como um instrumento para representar e resolver situações quantitativas presentes no cotidiano, evidenciando a compreensão das regras do sistema de numeração decimal” (BRASIL, 1997, p.53).

A ação de comparar, por sua vez, consiste não somente em saber qual a diferença, mas em saber o significado numérico; há situações nas quais é necessário analisar o todo/parte, fazendo a distinção e ao mesmo tempo correlação entre ambos. No exemplo ilustrado por Ramos (2009) podemos compreender melhor esta correlação:

Figura 1 – Situação de Comparar

Paulo tem 10 carrinhos e Pedro tem 6. Quantos carrinhos Paulo tem a mais que Pedro?



Fonte: RAMOS (2009, p.73)

A autora ressalta a importância de que apenas saber resolver a operação na qual o foco é voltado somente para o *número maior menos o número menor* mostra que o sentido do número para o aluno ainda não se encontra compreendido de forma significativa, pois faz-se necessário a comparação de quantidades entendendo as relações entre ambas; Paulo e Pedro tem a mesma quantidade representada por 6, por exemplo, a diferença, posteriormente, é que Paulo tem quatro carrinhos a mais. Pedro tem a mesma quantidade de carrinhos de uma parte do todo de Paulo.

Mello (2008), menciona que o método do empréstimo é uma das dificuldades mais recorrentes, pois os alunos erram muito, inclusive quando o algarismo zero constitui o minuendo; inclusive este é considerado como sem valor quando é um dos algarismos presentes na operação. Segundo Borba e Guimarães (2015), em um estudo realizado em duas escolas do Estado do Paraná nos anos iniciais do ensino fundamental (4º e 5º anos), o qual seu objeto de estudo foi o eixo “Números e Operações”, a mesma buscou diagnosticar a qualidade do ensino nas escolas, especificamente nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática, no ensino fundamental; além do fator socioeconômico de cada aluno.

As autoras verificaram que na utilização deste método (empréstimo) os alunos expressaram dificuldades na resolução da operação de subtração, identificando que quando o minuendo é menor que o subtraendo alguns dos educandos não conseguiram realizar a subtração de todas as ordens dos algoritmos; subtraindo

somente uma, o empréstimo foi desconsiderado, pois permaneceu o mesmo valor numérico inicial do algoritmo do subtraendo como sendo a diferença numa das ordens.

No entanto, Ramos (2009) ressalta que o método do empréstimo- ou *processo de recurso a ordem superior*- como define Schirlo (2014), tanto é relevante no processo de aprendizagem quanto é mais viável, pois a criança por meio de situações cotidianas, com uso de materiais, vai refletir sobre, de maneira que o adulto propicie uma boa situação para possibilitar compreender tal conceito e a deixe livre para pensar, ter autonomia para chegar à sua conclusão.

A autora contextualiza um bom exemplo para melhor expressar sua concepção a respeito da importância do empréstimo: deve-se dar a criança 35 palitos e pedir que a mesma forme dezenas, embrulhando cada grupo de 10 numa folha de papel; resultando em 3 pacotes (dezenas = $10+10+10$) e 5 lápis (unidades). Em seguida sugerir brincar de loja e perguntar se a criança, que é a vendedora, pode vender 18 lápis; a criança vai pensar sobre e logo mais quando compreender irá entregar um pacote (um grupo de 10) e ficar com 2 pacotes e 5 palitos soltos. Já que só tem 5 soltos e, irá perceber que precisa abrir um dos pacotes, ficará com um pacote e 15 soltos; entregando assim, os 8 palitos que faltavam. O resultado final, é que a criança ficará com um pacote e 7 soltos. É através das vivências e experiências que a criança tem contato com as diversas situações, e são estas que vão dar sentido ao processo de compreensão das ideias e ações de cada operação. E a maneira de como a situação é proposta e explorada, é fundamental.

As estratégias utilizadas pelo aluno na resolução de situações possibilitam a compreensão do docente em relação a como o aluno pensa; bem como conhecer onde está a dificuldade e promover atividades que trabalhem a mesma. A maneira pela qual o educando resolve tal situação permite averiguar o conhecimento que o mesmo utiliza, o os algoritmos esquemas que permitem analisar a ação do aluno na tentativa de solucionar.

Sabe-se que o planejamento e a prática desenvolvidos pelos professores são definidores para o ensino e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental, no entanto, neste trabalho não temos a pretensão de analisar como esse ensino acontece, analisaremos apenas como ele é proposto nos livros didáticos, nesse sentido, no tópico a seguir discutiremos sobre um dos recursos didáticos mais importantes e estruturantes para a prática do professor: o livro didático.

2.2.1 Uso do livro didático e a importância de ressignificar a prática docente

O livro didático é um instrumento que auxilia o docente em sala de aula, pois contribui para ampliar os conhecimentos prévios que os alunos têm, desenvolver habilidades por meio de diversas estratégias, tratando de “[...]potencializar as oportunidades de aprendizagem dos alunos, por meio do estímulo ao pensamento criativo, lógico e crítico”, como ressalta o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) (BRASIL, 2019, p.15).

No entanto, o livro não deve ser priorizado de maneira que a autonomia do professor seja deixada de lado; o docente deve abordar os conteúdos de modo que estejam contextualizados com a vivência dos alunos, para que possam atribuir significado.

A maneira que os conteúdos são apresentados no livro didático tanto pode contribuir para propiciar boa aprendizagem aos alunos quanto pode não oferecer os subsídios necessários para o desenvolvimento das habilidades. A maneira que o docente aborda o conteúdo em sala de aula influencia na aprendizagem, na apropriação do conhecimento. Brousseau (2008) apud Borba e Guimarães (2015) enfatizam que:

Fazem-se necessárias algumas condições para que o conhecimento matemático se efetive, das quais uma se relaciona a uma nova forma de olhar para o erro do aluno: não como algo imprevisível, mas como um elemento valioso no processo da aquisição do saber. (BROUSSEAU apud GUIMARÃES E BORBA, 2015, p.192)

Desta forma, o erro do aluno se constitui como instrumento de avaliação no processo do ensino e aprendizagem, no qual o professor pode verificar no que persistem as dificuldades e buscar outras alternativas para favorecer o aprendizado dos educandos de forma que apreendam. O fato de boa parte dos docentes muitas vezes não saberem observar no que incide os erros da criança ocasiona um atraso na aprendizagem por não haver uma compreensão em relação ao conteúdo abordado. Para Vergnaud (2009, p.18) “[...]a necessidade de analisá-los é ainda mais evidente, pois essa análise permite saber que dificuldades a criança enfrentou, e permite determinar os meios de remediar essa situação”.

Segundo Silva e Buriasco (2005) apud Teles (2015), cada tipo de erro envolve uma diferente maneira do docente lidar, sendo primordial saber identificá-los, diferir qual a natureza e ter clareza nas ações que se planeja para intervir no problema.

Propiciar aprendizagem significativa aos alunos não é tarefa fácil, mas buscar reforçar os conhecimentos matemáticos que os alunos trazem consigo no decorrer da escolarização é um ponto de partida essencial no ensino, trabalhando a partir do que eles já sabem e das dificuldades apresentadas, no intuito de viabilizar novos saberes.

É comum o fato de boa parte dos professores não terem um conhecimento consolidado em relação à determinados conteúdos matemáticos, sendo imprescindível uma formação continuada para ressignificar sua prática, rever os equívocos por vezes cometidos, refletindo sobre as ações realizadas e problematizando.

A formação continuada assim entendida como perspectiva de mudança das práticas no âmbito dos docentes e da escola possibilita a experimentação do novo, do diferente a partir das experiências profissionais que ocorrem neste espaço e tempo orientando um processo constante de mudança e intervenção na realidade em que se insere e predomina esta formação (WENGZYNSKI; TOZETTO, 2012, p.3)

Desta maneira, é relevante que os docentes busquem desenvolver o aspecto profissional através da formação continuada, no qual o aspecto pessoal também está envolvido; buscando saber mais, aperfeiçoar sua prática, favorecer o aprendizado dos alunos, buscando outras alternativas para o ensino em sala de aula, com os conhecimentos necessários; com auxílio de outros suportes, não dependendo apenas do livro didático.

O professor deve buscar outros recursos para subsidiar o planejamento da sua prática docente, entre eles, outros livros didáticos que ofereçam conteúdos que auxiliem no ensino, além de livros de metodologia da matemática e artigos científicos publicados em revistas e anais de congressos. Silva (2015, p.116) salienta que o professor deve apresentar “um perfil reflexivo, motivador, colaborador e socializador” ante a sua prática, pois a mediação feita pelo docente vai influenciar no processo de ensino aprendizagem. No próximo capítulo apresentaremos a metodologia adotada neste trabalho.

3 METODOLOGIA

A Pesquisa é do tipo documental com abordagem qualitativa envolvendo também o aspecto quantitativo. Minayo (2009) ressalta a importância da abordagem qualitativa juntamente com a abordagem quantitativa, pois entre esses dois tipos de abordagem “há uma oposição complementar [...] que produz riqueza de informações, aprofundamento e maior fidedignidade interpretativa” (MINAYO, 2009. p.22). Segundo Ludke e André (2012): “a análise documental pode se constituir numa técnica valiosa de abordagem de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema” (LUDKE; ANDRÉ, 2012, p.38).

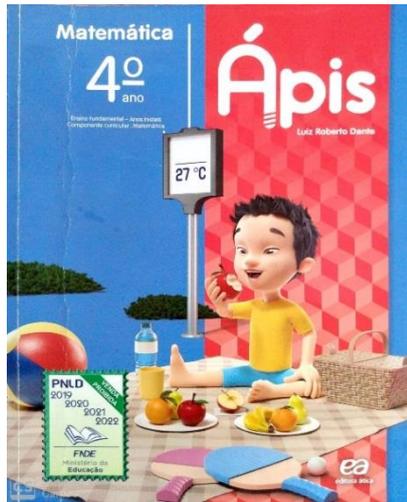
. Devido à disciplina “Prática Educacional- Pesquisa e Extensão III” do curso de Licenciatura em Pedagogia da UAG, vivenciada no segundo semestre de 2016, foi possível identificar por meio de observações realizadas em sala de aula, dificuldades na aprendizagem referente às operações fundamentais em um 5º ano do ensino fundamental. Surgindo então o interesse em desenvolver a presente pesquisa com foco em conteúdos relacionados à subtração contida nos livros didáticos dos anos iniciais. A escolha deve-se ao fato de buscar compreender no que implicam as dificuldades dos alunos a respeito da interpretação e resolução de estruturas aditivas.

O método a ser utilizado é indutivo; pois não há concepções pré-formadas, sendo um processo no qual a conclusão só será possível após a análise, averiguando cada fato do fenômeno investigado. Conforme Xavier (2010, p.38), “o pesquisador inicia a pesquisa sem levar em conta qualquer hipótese ou teoria sobre o funcionamento e características de um determinado fenômeno natural ou humano”.

Em relação aos procedimentos metodológicos, foram analisados dois livros didáticos de matemática para os 4º e 5º anos aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) e utilizados na única escola municipal da cidade de Paranatama que atende os anos iniciais.

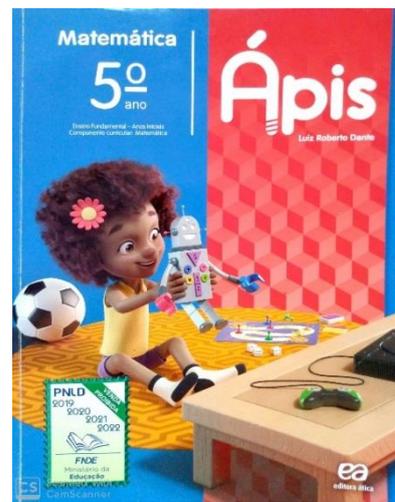
Ilustrações das capas dos respectivos livros:

Figura 2 – Livro didático do 4º ano



Fonte: DANTE (2019)

Figura 3 – Livro didático do 5º ano



Fonte: DANTE (2019)

Serão analisados especificamente nos capítulos dos livros que abordam a subtração de modo explícito, as seguintes categorias:

1. Tipos de situações apresentadas pelo livro didático;
2. As estratégias de cálculo;
3. Os recursos didáticos propostos.

A opção apenas pelos livros do 4º e 5º anos deve-se ao fato dos documentos curriculares nacionais, tais como Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN), Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sugerirem a abordagem da subtração de modo mais consistente nestes anos de escolaridade.

De acordo com o PCN:

A construção dos diferentes significados leva tempo e ocorre pela descoberta de diferentes procedimentos de solução. Assim, o estudo da adição e da subtração deve ser proposto ao longo dos dois ciclos, juntamente com o estudo dos números e com o desenvolvimento dos procedimentos de cálculo[...] (BRASIL, 1997, p.69)

Bem como a BNCC enfatiza que:

[...]A compreensão do papel que determinada habilidade representa no conjunto das aprendizagens demanda a compreensão de como ela se

conecta com habilidades dos anos anteriores, o que leva à identificação das aprendizagens já consolidadas, e em que medida o trabalho para o desenvolvimento da habilidade em questão serve de base para as aprendizagens posteriores. (BRASIL, 2017, p.274)

A partir da análise dos respectivos livros didáticos do 4º e 5º anos adotados pela rede de ensino municipal de Paratama -PE, buscaremos elucidar de maneira melhor como são abordados os conteúdos e as estratégias, levando em consideração também que é justamente no 4º e 5º anos que os educandos têm mais contato com os conteúdos matemáticos com maior aprofundamento associados às operações e conseqüentemente onde surgem mais dificuldades.

Em relação às questões éticas, não será necessária solicitação e entrega de termos éticos pois o material a ser analisado é de domínio público fornecido pelo ministério da educação (MEC) para as instituições públicas de educação básica brasileira que adotam esse material.

4 ANÁLISE DE DADOS

Analizamos dois livros didáticos de matemática do 4º e 5º anos pertencentes à coleção ÁPIS aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) adotados pela rede de ensino municipal de Paratama, com foco específico nos capítulos da subtração; com intuito de analisarmos quais os tipos de situações apresentadas, as estratégias de cálculo sugeridas e os recursos didáticos propostos. No livro do 4º ano, nos restringimos a unidade 4, intitulada “Adição e subtração com números naturais”, como ilustrado na figura 4:

Figura 4 – Capítulo do Livro didático do 4º ano



Fonte: DANTE (2019, p.98)

No livro do 5º ano, nos restringimos à unidade 3, cujo título é o mesmo, como mostra a figura 5:

Figura 5 – Capítulo do livro didático do 5º ano



Fonte: DANTE (2019, p.58)

A seguir mostraremos os tipos de situações, as estratégias de cálculo e os recursos didáticos propostos no capítulo do 4º ano; em seguida análise desses mesmos itens no capítulo do 5º ano. Também analisamos as sugestões de atividades propostas nos manuais dos dois livros.

4.1 ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO DO 4º ANO

a) Tipos de situações apresentadas pelo livro didático;

Analizamos as ideias de *retirar*, *comparar* e *completar* abordadas nas situações. No capítulo do 4º ano foi possível identificar as seguintes quantidades de situações:

Quadro 1 – Tipos e quantidade de situações apresentadas no livro do 4º ano

Tipo de situação	Quantidade
Retirar	2
Comparar	2
Completar	2
Total de situações identificadas no livro do quarto ano	6

Fonte: Dados da autora

De acordo com os dados acima percebemos que prevalece um equilíbrio em relação às três ideias da subtração. Nas situações que envolvem a ideia de retirar, ou seja, tirar uma quantidade de outra, parece ser mais simples do que nas situações que envolvem as outras ideias, como Vergnaud (2009) ressalta, pois o cálculo relacional feito mediante um problema de retirar é mais simples da criança realizar, especificamente os de transformação negativa envolvendo estado inicial, alteração desse estado e resultado final, que foi o abordado.

O cálculo relacional trata da operação que a criança realiza no pensamento, a compreensão e relação que ela estabelece para resolver o problema. Esses dados nos instigam a refletir se esse equilíbrio de situações que o livro didático apresenta contribui eficazmente para o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes, já que as situações aparecem em pouca quantidade. Em nosso ponto de vista deveria haver mais quantidade de situações exploradas.

A seguir, para ilustrar nossa análise apresentamos e comentamos exemplos das situações extraídas do livro didático:

Figura 6 – Situação que envolve a ideia de retirar

1 O professor de Educação Física levou 30 garrafas de água para a quadra. Os alunos consumiram 13 garrafas durante a aula. Quantas garrafas sobraram?

Compreender

Para responder a essa pergunta é preciso tirar 13 garrafas das 30 que o professor levou, ou seja, devemos efetuar a subtração $30 - 13$.

Planejar

Vamos efetuar $30 - 13$ com o material dourado e pelo algoritmo usual.

Executar

Com o material dourado.



Fonte: DANTE (2019, p.108)

Na figura 6, há uma quantidade inicial (30 garrafas) e a retirada de uma parte dessa quantidade (13 garrafas), e o estado final a ser obtido (17 garrafas). O exemplo propicia uma melhor forma do aluno compreender o problema a ser resolvido, conforme as etapas de compreender, planejar e executar. O material dourado é apontado como um instrumento a ser utilizado nesta resolução, explanando o aspecto de dezenas e unidades. Também é proposta a prova real, que é justamente a aplicação da operação inversa, na qual o aluno deve verificar se o resultado condiz, somando o resultado obtido (17 garrafas) com a quantidade que foi retirada (13 garrafas):

Figura 7 – Realização da prova real

Verificar

Adicionando as 17 garrafas que sobraram com as 13 que os alunos consumiram, devemos obter as 30 que o professor trouxe. Verifique.

$$\begin{array}{r} 17 \\ + 13 \\ \hline \end{array}$$

Responder

Complete: Sobraram _____ garrafas de água.

Fonte: DANTE (2019, p.108)

A BNCC (2017) ressalta que os alunos devem ser capazes de resolver problemas, onde os diferentes significados das operações sejam explorados, além de também saberem o porquê utilizaram tal estratégia; bem como usarem várias estratégias de resolução e avaliarem sua legitimidade.

Figura 8 – Situação que envolve as ideias de comparar e completar

2 Artur e Jairo fazem coleção de carrinhos. Artur tem 542 carrinhos. Jairo tem 278. Veja as perguntas que podemos fazer.



Qual é a diferença entre o número de carrinhos de Artur e o de Jairo?

Quantos carrinhos Artur tem a mais do que Jairo?

Quantos carrinhos Jairo tem a menos do que Artur?

Quanto falta para Jairo ter a mesma quantidade de carrinhos de Artur?

Fonte: DANTE (2019, p.109)

Na figura 8, a situação envolve uma comparação entre qual dos garotos tem mais carrinhos, quanto a mais, quanto a menos, calcular qual a diferença; depois de ler e interpretar os alunos devem realizar a ação de retirar (542-278). Embora este seja um exemplo da ideia de comparar, também está envolvida a ideia de completar, pois a última questão se trata do aluno responder “quanto falta” para Jairo ter a mesma quantidade de carrinhos que Artur.

Nesta situação, encontra-se envolvido o cálculo numérico, efetuar a operação, que envolve uma subtração com reserva, ou seja, que vai exigir agrupamento e desagrupamento na realização do algoritmo, como mostra a ilustração:

Figura 9 – Cálculo numérico

Para responder a essas perguntas, precisamos efetuar a subtração 542 – 278.

C	D	U	
5	4 ³	2	→
- 2	7	8	

C	D	U	
⁴ 5	4 ¹³	2	
- 2	7	8	
2	6	4	

- Troco 1 dezena por 10 unidades e fico com 5 centenas, 3 dezenas e 12 unidades.
- Troco 1 centena por 10 dezenas e fico com 4 centenas, 13 dezenas e 12 unidades.
- Agora já posso subtrair 8 unidades de 12 unidades, 7 dezenas de 13 dezenas e 2 centenas de 4 centenas.

a) Indique a subtração e faça a prova.

Para tirar a prova, ou seja, para verificar se a subtração 542 – 278 = 264 está correta, efetuamos a adição 264 + 278 e devemos obter 542. Confira!

_____ - _____ = _____

$$\begin{array}{r} 264 \\ + 278 \\ \hline \end{array}$$



Fonte: DANTE (2019, p.109)

Além da resolução desta operação, explicando as trocas, é solicitado que o aluno tire a prova real.

Além disso, também há um exemplo de operações inversas apresentada no capítulo, ou seja, situações que envolvem uma relação oposta entre si, somar e subtrair. Vergnaud (2009) ressalta a relação entre as duas como sendo integrantes do campo conceitual aditivo, porém a subtração tem sua particularidade em termos de complexidade, a adição é mais simples, mas as duas se inter-relacionam. Na figura 10 a seguir, apresentamos um exemplo que envolve as operações inversas:

Figura 10 – Operações inversas

Relacionando a adição e a subtração: operações inversas

1 Observe as **operações inversas** adição e subtração.

Adicionei 4 ao número 3 e obtive 7.

Para voltar ao 3, partindo do 7, faço a **operação inversa** e subtraio 4.

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 4 \\ \hline 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ - 4 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \boxed{3} \xrightarrow{+4} \boxed{7} \\ \boxed{7} \xleftarrow{-4} \boxed{3} \end{array}$$

Vai adicionando e volta subtraindo.
Vai subtraindo e volta adicionando.

Complete cada operação e, depois, realize a operação inversa para voltar ao número inicial.

a) $\begin{array}{r} 38 \\ + 41 \\ \hline \end{array}$

b) $\begin{array}{r} 492 \\ - 239 \\ \hline \end{array}$



Fonte: DANTE (2019, p.115)

b) As estratégias de cálculo;

Nesse item vamos analisar quais estratégias de cálculo são sugeridas no capítulo, para o desenvolvimento das competências. No livro do 4º ano foram identificadas as seguintes estratégias:

Figura 11 – Algoritmo usual

4 Efetue as subtrações pelo algoritmo usual.

a) $2894 - 1562 = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $52839 - 21287 = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $1836 - 1428 = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $5103 - 2193 = \underline{\hspace{2cm}}$

Fonte: DANTE (2019, p.110)

Na figura 12 a seguir, é apresentada uma atividade na qual os alunos devem usar a calculadora para efetuarem as operações e preencher os quadros. Os PCN's (BRASIL,1997, p.56) mencionam a calculadora como “estratégia de verificação de resultados”.

Figura 12 – Uso da calculadora para verificação de resultados

BRINCANDO TAMBÉM APRENDO

JOGO PARA 2 PARTICIPANTES.

Cruzadinhas

Inicialmente, usando uma calculadora, os participantes do jogo determinam e registram os números nos quadros.

a) $731 + 514 = \square$ d) $4146 - 841 = \square$

b) $\square + 406 = 737$ e) $\square - 221 = 91$

c) $855 + \square = 900$ f) $119 - \square = 66$



Calculadora.

Fonte: DANTE (2019, p.116)

Após essa verificação, há uma cruzadinha que explora os termos da adição e da subtração, de forma que seja preenchida pelos alunos.

A figura 13 aborda uma atividade na qual os alunos devem efetuar uma subtração utilizando como estratégia o arredondamento, considerando que arredondar consiste em aumentar o valor que há no número afim de possibilitar mais facilidade no cálculo a ser feito; chegando a um número exato, arredondado, como o exemplo abaixo mostra para calcular a medida aproximada da distância.

Figura 13 – Arredondamento

2 A distância entre as cidades de São Paulo e Belo Horizonte mede 586 quilômetros. Um caminhoneiro percorreu 198 quilômetros desse trecho. Quantos quilômetros ainda faltam, **aproximadamente**, para ele completar o percurso? Para responder a essa pergunta, é preciso efetuar a subtração $586 - 198$. Faça arredondamentos para as centenas exatas mais próximas, calcule mentalmente e complete: $600 - 200 = \square$, ou seja, faltam aproximadamente \square quilômetros para completar o percurso.



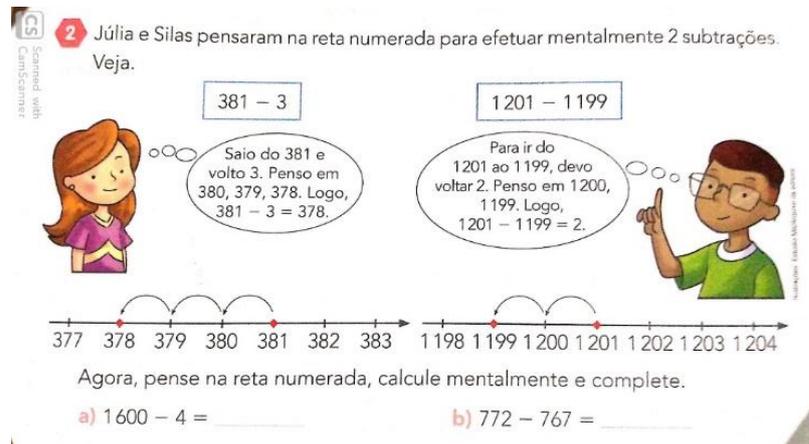
Fonte de consulta: **Atlas geográfico escolar**. 6. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2012.

Fonte: DANTE (2019, p.112)

É uma estratégia interessante pelo fato de estar presente em ações do cotidiano, sendo propício trabalhar melhor essa estratégia em sala de aula.

Ilustramos na figura 14 a reta numérica:

Figura 14 – Reta numérica



Fonte: DANTE (2019, p.111)

Neste exemplo os alunos efetuam o cálculo andando na reta, voltando à números antecessores. “Saio do 1600 e penso em: 1599, 1598, 1597, 1596”.

Boa parte dos alunos apresentam muita dificuldade em subtrair quando há zeros/ zeros intercalados no minuendo, a figura 15 ressalta uma estratégia muito relevante para facilitar o cálculo, pois enfatiza subtrair valor tanto do minuendo quanto do subtraendo, sendo o mesmo resultado obtido.

Figura 15 – Estratégia de subtração do minuendo e do subtraendo

5 UMA BOA ESTRATÉGIA PARA EFETUAR ALGUMAS SUBTRAÇÕES

A conclusão da atividade anterior pode ser aplicada para efetuar subtrações em que o minuendo termina em zeros ou tem zeros intercalados. Veja os exemplos.

$900 - 378 = ?$ Subtraio 1 no minuendo e subtraio 1 no subtraendo Logo: $899 - 377$ $\begin{array}{r} 899 \\ - 377 \\ \hline 522 \end{array}$ $900 - 378 = 522$	$5002 - 1857 = ?$ Subtraio 3 no minuendo e subtraio 3 no subtraendo Logo: $4999 - 1854$ $\begin{array}{r} 4999 \\ - 1854 \\ \hline 3145 \end{array}$ $5002 - 1857 = 3145$
--	--

Agora, efetue mais estas subtrações usando a mesma estratégia. Na primeira subtração, faça também pelo algoritmo usual.

a) $800 - 346 = \underline{\hspace{2cm}}$ b) $7000 - 597 = \underline{\hspace{2cm}}$ c) $601 - 248 = \underline{\hspace{2cm}}$

As imagens não estão representadas em proporção.

Fonte: DANTE (2019, p.114)

c) Os recursos didáticos propostos

Em relação a este item, serão analisados quais recursos didáticos o capítulo sugere para favorecer o desenvolvimento de habilidades e estratégias. Foram identificados os seguintes recursos didáticos:

Material dourado - utilizado numa situação de retirar, exemplificando dezena e unidade.

Materiais concretos - Jogo em grupos de 4 jogadores, com uso de 2 dados. O primeiro colega subtrai os valores iniciais como exemplo 5 e 2 ($5-2=3$); o segundo colega multiplica esses valores por 10 e subtrai ($50-20=30$); o terceiro multiplica por 100 e subtrai ($500-200=300$) e o último colega registra as subtrações em uma folha. (Sugerido pelo manual do professor como estratégia de cálculo mental)

Calculadora - seu uso foi sugerido duas vezes no capítulo, em exercícios que envolvem adição e subtração.

Reta numérica - Além do material dourado e a calculadora, há também o uso da reta numérica como recurso utilizado para desenvolver estratégia de cálculo.

Ademais, as outras sugestões de atividades que o manual do professor propõe, dizem respeito a outros aspectos como nomenclaturas, adição e subtração abordadas em sala de aula com cédulas e moedas envolvendo trocos. No quadro 2 a seguir, sintetizamos os dados coletados e analisados no Livro Didático do 4º ano.

Quadro 2 – Coleta de dados dos tipos de situações, estratégias e recursos didáticos analisados no livro do 4º ano

Dados coletados no livro do 4º ano		
Os diferentes significados da subtração	Estratégias de cálculo	Recursos didáticos propostos
Ideia de retirar Ideia de comparar Ideia de completar	Algoritmo usual Arredondamento Cálculo mental Subtração do minuendo e do subtraendo	Material dourado Calculadora Reta numérica Dados Cédulas e moedas

Fonte: Dados da autora

4.2 ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO DO 5º ANO

Neste tópico apresentamos a análise realizada na unidade 3 do último volume da coleção Ápis para os anos iniciais do ensino fundamental, cujo título é *Adição e Subtração com Números Naturais*. Também analisamos as sugestões de atividades propostas no manual do professor.

a) Tipos de situações apresentadas pelo livro didático;

Ao analisarmos as ações de retirar, comparar e completar no livro do 5º ano identificamos as quantidades descritas no quadro a seguir. Os dados obtidos se assemelham aos obtidos no livro do 4º ano:

Quadro 3 – Tipos e quantidade de situações apresentadas no livro do 5º ano

Tipo de situação	Quantidade
Retirar	3
Comparar	1
Completar	1
Total de situações identificadas no livro do quinto ano	5

Fonte: Dados da autora

De acordo com a tabela acima percebemos que prevalecem situações de retirar, as outras ideias de comparar e completar são abordadas de maneira insuficiente. Apresentamos e comentamos exemplos de situações identificadas no livro analisado. Na figura 16, ilustramos um exemplo que envolve a ideia de retirar.

Figura 16 – Situação de retirar

➤ Subtração: algoritmos e vocabulário

1 Carlos tinha R\$ 3 596,00 na poupança e tirou R\$ 1 378,00 para comprar um *tablet*.
Quantos reais restaram na poupança de Carlos?

Compreender
Você sabe que Carlos tinha R\$ 3 596,00 na poupança e tirou R\$ 1 378,00. Quer saber quantos reais ficaram na poupança.

Planejar
Uma das ideias da subtração é tirar uma quantidade de outra. Assim, para saber quantos reais ficaram na poupança basta efetuar a subtração $3596 - 1378$, ou seja, tirar 1378 dos 3596.



CS

Fonte: DANTE (2019, p.63)

Nesta atividade, a situação trabalha a ideia de retirar “uma quantidade de outra” -situações de retirar são aquelas que envolvem retirar um valor de outro, compreendida também como um estado de transformação - juntamente com a estratégia de resolução etapas de planejar executar e verificar o resultado, o que está de acordo com a BNCC (2017); pois a mesma ressalta a importância do aluno compreender o problema exposto e sistematizar.

A exemplificação do que remete ao valor posicional de cada número ilustrada na Figura 17 a seguir, é relevante para o aluno compreender melhor, pois um mil, centena, dezena e unidade propiciam a diferenciação de cada um bem como trocas entre dezena e unidade. Também é mostrado o que é minuendo, subtraendo e diferença; a prova real é solicitada posteriormente.

Figura 17 – Etapa de execução do problema

Executar
Efetuamos a subtração.

UM	C	D	U
3	5	9 ⁸	16
- 1	3	7	8

Como não podemos tirar 8 unidades de 6 unidades, trocamos 1 dezena por 10 unidades, ficando com 8 dezenas e 16 unidades. Depois, subtraímos as unidades, as dezenas, as centenas e as unidades de milhar.

UM	C	D	U
3	5	9 ⁸	16
- 1	3	7	8
2	2	1	8

Complete o algoritmo usual simplificado.

Algoritmo usual simplificado

3	5	9	6	← minuendo
- 1	3	7	8	← subtraendo
				← diferença ou resto
—	—	—	—	

Fonte: DANTE (2019, p.63)

Na figura 18 ilustramos a realização da prova real, que como já mencionada anteriormente, consiste em averiguar se o resultado obtido é verdadeiro; considerando que as operações inversas são exploradas pois o resultado da subtração (diferença) é posteriormente somado com o subtraendo.

Figura 18 – Prova real

Verificar
 Para “tirar a prova” da subtração, adicionamos a diferença e o subtraendo. Se o resultado for o minuendo, então a operação está correta. Verifique ao lado.

Responder
 Escreva a resposta do problema.

 + _____

Fonte: DANTE (2019, p.63)

A BNCC (2017) ressalta que os alunos devem ser capazes de resolver problemas, onde os diferentes significados das operações sejam explorados, além de também saberem o porquê utilizaram tal estratégia; bem como usarem várias estratégias de resolução e avaliarem sua legitimidade.

A figura 19 a seguir, ilustra uma atividade que remete às ideias de comparar e completar:

Figura 19 – Situação de comparar e completar

Mais atividades e problemas

1 No dia do aniversário da cidade, a prefeitura ofereceu à população alguns eventos culturais. Veja quais foram os eventos e o número de pessoas que compareceram a cada um deles.

- Concerto de música: 1 390 pessoas.
- Exposição de arte: 1 230 pessoas.
- Sessão de cinema: 175 pessoas.
- Apresentação de teatro: 98 pessoas.



Concerto de orquestra sinfônica em Belo Horizonte, Minas Gerais. Foto de 2015.

a) Qual foi o número total de pessoas nos 4 eventos? _____

b) Quantas pessoas a mais deveriam ter ido aos eventos para que esse número chegasse a 3000? _____

c) O concerto de música teve quantas pessoas a mais do que a exposição de arte? _____

Fonte: DANTE (2019, p.70)

Neste exemplo temos duas ideias a serem trabalhadas: a de comparar e a de completar; num primeiro momento os alunos terão que somar a quantidade de pessoas, jáo item b coloca em questão quantas pessoas a mais seria necessário para

chegar a quantidade de 3 000 pessoas. Portanto há a ideia de completar, pois implica em saber quanto falta para se chegar a uma determinada quantidade. Já o item c trata da ideia de comparar uma quantidade com a outra.

O capítulo também aborda a subtração e a adição como operações inversas, percebe-se que nos dois livros de Matemática (4° e 5° anos) analisados, abordam diversas situações que envolvem soma e subtração. O PCN (BRASIL, 1997) traz essa concepção de trabalhar as relações entre adição e subtração. A figura 20 a seguir, ilustra a abordagem das operações inversas no capítulo analisado:

Figura 20 – Uso das operações inversas

Adição e subtração: operações inversas

1 Márcio tinha R\$ 20,00. Complete.

a) Ao ganhar R\$ 10,00 do pai dele, Márcio passou a ter R\$ _____, pois
 _____ + _____ = _____.

b) Se comprar um CD de R\$ 10,00, ele ficará com
 R\$ _____, pois _____ - _____ = _____.



The diagram shows a sequence of operations on a 20 Real banknote. It starts with a single 20 Real note. An arrow with '+ 10' points to a box containing two 20 Real notes. A second arrow with '- 10' points to a box containing one 20 Real note and one 10 Real note. A final arrow points to a single 20 Real note. The diagram visually demonstrates that adding 10 to 20 results in 30, and subtracting 10 from 30 returns to 20.

Fonte: DANTE (2019, p.66)

Em sala de aula, o docente pode trabalhar com os alunos esta atividade, usando notas de brinquedo para representar a situação e explorar mais o conteúdo; considerando que representações cotidianas auxiliam na aprendizagem. Nesse sentido, a representação de cédulas do sistema monetário brasileiro se constitui também como um recurso didático utilizado para desenvolver estratégias no ensino da subtração.

b) **As estratégias de cálculo;**

Neste item, vamos analisar as estratégias de cálculo sugeridas no capítulo, o qual apresenta algumas em comum ao capítulo do livro do 4° ano. De início, a figura a seguir traz como exemplo o algoritmo usual a ser resolvido pelo aluno:

Figura 21 – Resolução com uso do Algoritmo usual

- 2 Efetue as operações pelo algoritmo usual.
- a) $23849 - 1643 = \underline{\hspace{2cm}}$ c) $46312 - 28106 = \underline{\hspace{2cm}}$
- b) $8509 - 741 = \underline{\hspace{2cm}}$ d) $23400 - 736 = \underline{\hspace{2cm}}$

Fonte: DANTE (2019, p.64)

Ainda em relação a essa questão, também são abordadas as nomenclaturas da subtração, como mostra a figura 22:

Figura 22 – Nomenclaturas da subtração

- 3 Observe a atividade anterior e responda.
- a) Como se chama a operação efetuada em todos os itens? _____
- b) Qual é o resultado no item **b**? Como se chama esse resultado?

- c) No item **a**, o número 1643 é o subtraendo ou o minuendo? _____
- d) Qual é o minuendo no item **b**? _____
- e) Qual é a diferença no item **c**? _____
- f) Como ficam as diferenças obtidas nos 4 itens escritas em ordem decrescente?

Fonte: DANTE (2019, p.64)

Essa atividade é uma complementação do exercício de algoritmos apresentado anteriormente, diz respeito a nomenclatura de cada parte da subtração (minuendo, subtraendo, diferença) indagando o aluno conforme o valor numérico dado e as respostas. Temos como exceção o item f, que pede a ordem decrescente dos números.

Na figura a seguir, temos a estratégia de subtração do minuendo e do subtraendo, que contribui de forma relevante para efetuar cálculos, principalmente quando há zeros no minuendo:

Figura 23 – Subtração do minuendo e do subtraendo

4 UMA IDEIA GENIAL PARA ALGUMAS SUBTRAÇÕES

Analise os exemplos com atenção.

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; text-align: center;">$3000 - 1742$</div> <p>Tirando o mesmo valor (1) do minuendo e também do subtraendo, a diferença não muda.</p> <p>Fazemos:</p> $\begin{array}{r} 2999 \\ - 1741 \\ \hline 1258 \end{array}$ <p>Logo: $3000 - 1742 = 1258$</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; text-align: center;">$1002 - 658$</div> <p>Tirando 3 de 1002 e tirando 3 de 658, fazemos:</p> $\begin{array}{r} 999 \\ - 655 \\ \hline 344 \end{array}$ <p>Logo: $1002 - 658 = 344$</p>
--	---

Efetue mais estas subtrações usando o algoritmo mostrado nos exemplos.

- a)** $40000 - 7258 = \underline{\hspace{2cm}}$ **b)** $6001 - 2493 = \underline{\hspace{2cm}}$

Fonte: DANTE (2019, p.64)

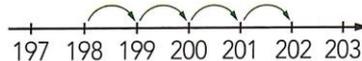
Esta estratégia visa facilitar o cálculo com zeros/zeros intercalados, também foi abordada no livro do 4º ano; é comum o erro em relação ao zero presente nas operações seja de soma ou subtração, como enfatizado por Bertini (2003) e Silva (2015), na qual os alunos repetem o zero.

Na figura 24 a reta numérica é utilizada como um recurso para realização de cálculo mental, consiste no aluno pensar quanto falta para chegar a um determinado número, também está presente no livro do 4º ano.

Figura 24 – Reta numérica como estratégia de cálculo mental

7 CÁLCULO MENTAL

Calcule mentalmente e complete. Indique a subtração, como no item a.



De 198 para 202 faltam 4.
Faço 202 menos 198 pensando na reta numerada e falo 199, 200, 201, 202.



- a)** De 376 para 379 faltam 3. ($379 - 376 = 3$)
- b)** De 498 para 502 faltam _____. (_____)
- c)** De R\$ 2993,00 para R\$ 3000,00 faltam _____. (_____)
- d)** De 707 para 711 faltam _____. (_____)

Fonte: DANTE (2019, p.65)

Na figura 25 a seguir, também ilustramos uma estratégia utilizada no livro do 5º ano para explorar o cálculo mental, no exemplo aparecem zeros tanto no minuendo quanto no subtraendo. Na maioria dos itens a presença do zero não consiste em dificuldade de cálculo, pois prevalece “zero – zero”.

Figura 25 – Cálculo mental

6 CÁLCULO MENTAL
 Calcule mentalmente e anote os resultados.

a) $700 - 100 =$ _____	g) $2000 - 50 =$ _____
b) $4000 - 3000 =$ _____	h) $195 - 100 =$ _____
c) $928000 - 10000 =$ _____	i) $1237 - 3 =$ _____
d) $60000 - 20000 =$ _____	j) $80 - 20 =$ _____
e) $100 - 20 =$ _____	k) $300 - 90 =$ _____
f) $3000 - 400 =$ _____	l) $77 - 20 =$ _____

Fonte: DANTE (2019, p.65)

Outra representação utilizada para explorar o cálculo de subtração, especialmente com a ideia de completar é a representação de um círculo dividido e duas partes iguais, sendo que uma delas é subdividida em outras partes, o aluno deverá descobrir o valor de uma delas utilizando a calculadora. Uma das limitações da representação é que o valor total dos círculos varia, apesar de todos terem o mesmo tamanho. Essa opção poderá interferir negativamente quando for explorado a noção de porcentagem utilizando um círculo que geralmente representa 100%.

Figura 26 – Calculadora utilizada como recurso na resolução de operações inversas

4 CALCULADORA
 Descubra o segredo nos 2 exemplos. Depois, calcule e complete com o número correspondente a cada região pintada. Use uma calculadora.

a) b) c)

Fonte: DANTE (2019, p.66)

Na figura 26, também podemos inferir que a calculadora é utilizada como recurso para resolver uma situação que envolve raciocínio do aluno em perceber a relação das operações inversas proposta. A BNCC (BRASIL, 2017, p.267) menciona o uso de tecnologias digitais na resolução de problemas matemáticos, “validando estratégias e resultados”; bem como o PCN (BRASIL 1998, p.71-72) também ressalta isto.

A figura 27 a seguir aborda o arredondamento, visto que é algo empregado no cotidiano e torna-se relevante explorar melhor em sala de aula atividades que envolvam este conceito.

Figura 27 – Situação com uso do arredondamento

➤ Arredondamento, cálculo mental e resultado aproximado

As imagens não estão representadas em proporção.

1 ATIVIDADE ORAL EM GRUPO Troque ideias com os colegas e justifiquem a afirmação feita pelo menino. Depois, calculem o valor exato da compra.

CS CamScanner

Fonte: DANTE (2019, p.67)

Na ilustração a seguir, a atividade propõe que o aluno crie um problema, o que está de acordo com umas das competências que os PCN's e a BNCC ressaltam na qual o aluno deve ser capaz de elaborar problemas.

Figura 28 – Elaboração de um problema

Invente um problema cuja resolução seja feita com uma adição e uma subtração e que tenha o número 200 como resposta. Escreva, resolva e responda.

Fonte: DANTE (2019, p.73)

Na atividade retratada na figura a seguir, o cálculo pode ser feito de diferentes formas dependendo da estratégia utilizada pelo aluno, envolvendo a retirada e o depósito, de acordo com o raciocínio inferido;

Figura 29 – Situação problema com cálculos

8 No início da semana, Mariana tinha R\$ 1 275,00 na conta bancária. Durante a semana ela fez uma retirada de R\$ 225,00, um depósito de R\$ 492,00 e outra retirada de R\$ 166,00.

Qual foi o saldo bancário dela no final da semana, considerando apenas esse depósito e essas retiradas? _____

CS CamScanner

Fonte: DANTE (2019, p.73)

c) Os recursos didáticos propostos.

O capítulo não aborda os problemas matemáticos com muitos recursos didáticos, porém em relação à subtração, o manual do professor sugere que seja discutido em sala de aula exemplos do cotidiano nos quais fazemos arredondamento de valores. Sugere uma atividade na qual seja montada uma loja com vários produtos juntamente a seus preços onde os alunos irão simular situações de compra, com no máximo 10 produtos a serem listados por cada um; sendo solicitado que os alunos anotem aproximações dos preços e o valor aproximado que gastaram. Para um registro final, deverão usar a calculadora para calcular o valor exato.

Outra sugestão diz respeito ao professor montar uma lojinha com os alunos em sala de aula, com variados produtos e preços; onde os alunos escolheriam 10 produtos e listariam. Em seguida o docente solicitaria que fizessem uma aproximação dos preços e calculassem o gasto aproximado. Ao final, a calculadora seria utilizada para calcular o valor total exato.

A seguir, sintetizamos os dados coletados e analisados:

Quadro 4 – Coleta de dados dos tipos de situações, estratégias e recursos didáticos analisados no livro do 5º ano

Dados coletados e analisados no livro do 5º ano		
Os diferentes significados da subtração	Estratégias de cálculo sugeridas	Recursos didáticos propostos
Ideia de retirar Ideia de comparar Ideia de completar	Algoritmo usual Subtração do minuendo e do subtraendo Cálculo mental Arredondamento Elaboração e resolução de um problema	Material dourado Reta numérica Calculadora Cédulas do sistema monetário brasileiro

Fonte: Dados da autora

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste Trabalho de Conclusão de Curso analisamos a abordagem da subtração em livros didáticos do 4º e 5º anos do ensino fundamental adotados pela Escola João Bezerra Sobrinho da rede municipal de Paranatama. Tanto no volume do 4º, quanto no do 5º ano identificamos e quantificamos os tipos de situações envolvendo subtração de números naturais: retirar, comparar e completar.

Os dados apontaram que no livro didático do 4º ano há certo equilíbrio das ideias de retirar, comparar e completar abordadas nas situações; já o livro do 5º ano tem maior quantidade de situações que envolvem retirar; sendo que as outras ideias são abordadas numa quantidade muito menor; consideramos que explorar os diferentes significados da subtração em maior variedade de situações seja relevante no processo de aprendizagem do aluno.

Dentre as estratégias de cálculo para resolução de subtrações sugeridas em ambos os livros didáticos analisados, destacam-se o uso do algoritmo convencional a partir do recurso à ordem superior ou método do empréstimo, mas também a subtração do mesmo valor no minuendo e no subtraendo, especialmente quando há zeros no minuendo; o arredondamento e a reta numérica também foram utilizados para desenvolver estratégia de raciocínio, outros exercícios tratam do aluno resolver

as operações pelo algoritmo usual e cálculo mental. Além disso, no livro do 5º ano há a proposta do aluno elaborar problemas e resolvê-los, o que não foi abordado no livro do 4º ano. Em ambos, as operações inversas são abordadas em vários problemas. Os manuais sugerem que o docente solicite que os alunos expliquem as estratégias que usaram para resolver as questões e como desenvolveram esse pensamento e porque utilizaram tal estratégia de resolução.

Em relação aos recursos didáticos sugeridos nas abordagens dos livros didáticos destacaram-se a reta numérica, a calculadora e o material dourado. Como também analisamos os manuais do professor, destacamos como recursos propostos neles: jogo com uso de dados envolvendo a subtração e multiplicação; uso de cédulas do sistema monetário brasileiro para representar situações em sala de aula.

Boa parte dos conteúdos explorados nos dois livros trabalham os mesmos conceitos e estratégias, com exceção de no livro do quinto ano haver atividades com mais profundidade em relação ao livro do quarto ano. Embora o PNLD (2019, p.48) aponte que a obra ÁPIS apresenta muitas situações problemas e variadas estratégias de resolução a serem utilizadas pelos alunos, ao finalizarmos essa análise pensamos que as ideias de retirar, comparar e completar deveriam ser mais exploradas nos dois livros, visto que aparecem em menor quantidade.

A respeito do método do empréstimo, que é o abordado nos dois livros, assim como Ramos (2009) já mencionada neste trabalho, Schirlo (2014) enfatiza a importância deste método; o autor ressalta que: “Ter o conhecimento do processo de recurso à ordem superior ou decomposição é relevante para o desenvolvimento da operação de subtração” (SCHIRLO, 2014, p. 31). Neste sentido, pensamos que se trata de um método que, quando bem proposto e explorado em situações que favorecem a compreensão, pensamento e autonomia do aluno, sendo atribuído significado ao conceito, de fato ocorre aprendizagem. O ábaco poderia ser um importante recurso sugerido nos dois livros, para possibilitar melhor compreensão de reagrupamento ao aluno nas resoluções.

O presente estudo contribuiu de forma significativa em minha formação enquanto graduanda em Pedagogia, compreendendo melhor sobre a subtração e seus aspectos, suas ideias, cada tipo de situação, conceito, obtive mais clareza e aprendizado em relação à esta operação e as dificuldades que ocorrem no ensino fundamental ao longo dos anos, as quais algumas já tive em determinada etapa de ensino reprodutor. Como futura docente, pretendo promover aprendizagem

significativa, tendo um olhar voltado para as diferentes dificuldades demonstradas pelos alunos e considerando suas vivências, não me restringindo somente ao livro didático, mas recorrendo a outras alternativas metodológicas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997. 142 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, ensino de quinta a oitava série. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Curricular Comum**. Brasília, DF: MEC, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Matemática: guia de digital: PNLD 2019**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. 200 p.

BERTINI, Luciane de Fátima; PASSO, Cármen Lúcia Brancaglion. Dificuldades de aprendizagem em aritmética nas séries iniciais. *In: 16º COLE - CONGRESSO DE LEITURA DO BRASIL, 2007. Anais [...]* Departamento de Metodologia de Ensino. Universidade Federal de São Carlos. São Paulo, 2007. p.1-10. Disponível em: http://alb.org.br/arquivo-morto/edicoes_anteriores/anais16/sem15dpf/sm15ss08_02.pdf Acesso em: 10 set.2019.

BORBA, Rute; GUIMARÃES, Gilda. **Pesquisa e atividades para o aprendizado matemático na educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental**. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM, 2015. 214p.

CHOPPIN, Alain. História dos livros e das edições didáticas: Sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**. São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549–566, set/dez. 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v30n3/a12v30n3.pdf> Acesso em: 09 out. 2019.

DANTE, Luis Roberto. **Projeto Ápis Matemática: 4º ano**. São Paulo: Ática, 2019.

DANTE, Luis Roberto. **Projeto Ápis Matemática: 5º ano**. São Paulo: Ática, 2019.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. Método de coleta de dados: observação, entrevista e análise documental. *In: LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 2012. p. 25-43.

MAGINA, Sandra. A Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da psicologia para a prática docente. *In: XVIII ERPM- Encontro Regional de Professores de Matemática*, v. 18, 2005. São Paulo: Unicamp, 2005. p.1-5. Disponível em: <https://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais.htm> Acesso em: 09 set.2019.

MELLO, Elisabete Marcon. Análise de dificuldades de alunos do ensino fundamental com o uso do algoritmo da subtração. **2º SIPEMAT- SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**. 2008. São Paulo, 2008. p.1-7.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. O desafio da pesquisa social. *In*: DESLANDES, Sueli Ferreira; GOMES, Romeu. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 2009. 28. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2009, p.9-27. ISBN 978-83-326-1145-1.

MORAIS, Camila Mendonça; SILVA, Luciano Pereira da; PESSOA, Cristiane Azevedo dos Santos; TELES, Rosinalda Aurora de Melo. UMA ANÁLISE DO DESEMPENHO DE ALUNOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NO USO DO ALGORITMO DA SUBTRAÇÃO ENVOLVENDO NÚMEROS NATURAIS. 2011, Garanhuns. **ANAIS DO VII EPEM** - Encontro Pernambucano de Educação Matemática. Garanhuns (PE), 2017, p.1-11. Disponível em: http://epem.sbempe.com.br/anais/2017/PDFs/CC71291067434_090733.pdf Acesso em: 21 nov. 2019.

PIAGET, Jean. **Epistemologia Genética**. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007. 123 p.

RAMOS, Luzia Faraco. **Conversas sobre números, ações e operações**. São Paulo: Ática, 2009. 156 p.

SCHIRLO, JOÃO LUIZ. **As quatro operações fundamentais da aritmética: conhecimentos prévios dos alunos no início do 1º ano do ensino médio**. 2014.137 p. Dissertação (Mestrado em Profissional em Matemática em rede nacional) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2014. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/fevereiro2016/matematica_dissertacoes/dissertacao_joao_luiz_schirlo.pdf. Acesso em: 21 nov.2019.

SILVA, Lílian Cristine Camargos. **Ressignificando a construção dos Algoritmos da adição e subtração**. 2015. 181 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo horizonte, 2015. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20150803103324.pdf Acesso em: 21 nov.2019.

TELES, Rosinalda Aurora de Melo. **Algoritmo da subtração: o que dizem professores sobre erros cometidos por estudantes**. 2015. Artigo submetido.

VERGNAUD, Gerard. (1993). Teoria dos campos conceituais. *In*: Nasser, L. (Ed) **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**, 1993, p.1-27.

VERGNAUD, Gerárd. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar**. Curitiba: UFPR, 2009. 322 p.

VERGNAUD, Gérard. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. **Educar em Revista**, Curitiba, n. especial 1/2011, p. 15-27. UFPR, 2011. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40602011000400002 Acesso em: 02 ago. 2019.

WENGZYNSKI, Cristiane Daniele; TOZETTO, Susana Soares. **A formação continuada de professores e as suas contribuições para aprendizagem da docência.** Seminário de pesquisa do PPE. Universidade Estadual de Maringá, 2012. p.1-16. Disponível em:

http://www.ppe.uem.br/publicacoes/seminario_ppe_2012/trabalhos/po/po_008.pdf

Acesso em: 30 out. 2019.

XAVIER, Antônio Carlos. Ciência, seus métodos e classificações. *In:* XAVIER, Antônio Carlos. **Como fazer e apresentar trabalhos científicos em eventos acadêmicos.** Recife: Rêspel, 2010. p. 35 – 40.