

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM
MATEMÁTICA**

JONATHAS VINICIUS BARBOSA LIMA

**ESTRATÉGIAS UTILIZADAS POR ALUNOS DE 8º ANO AO
RESOLVEREM TAREFAS EXPLORATÓRIAS DE EXPRESSÕES
ALGÉBRICAS**

**Recife - PE
2023**

JONATHAS VINÍCIUS BARBOSA LIMA

**ESTRATÉGIAS UTILIZADAS POR ALUNOS DE 8º ANO AO
RESOLVEREM TAREFAS EXPLORATÓRIAS DE EXPRESSÕES
ALGÉBRICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura plena em Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco, como requisito de avaliação à obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Me. Cleide Oliveira Rodrigues

Recife – PE
2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- L 732e Lima, Jonathas Vinicius Barbosa
Estratégias Utilizadas por Alunos de 8º ano ao Resolverem Tarefas Exploratórias de Expressões Algébricas / Jonathas Vinicius Barbosa Lima. - 2023.
45 f. : il.
- Orientadora: Cleide Oliveira Rodrigues.
Inclui referências e anexo(s).
- Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Licenciatura em Matemática, Recife, 2024.
1. Pensamento Algébrico. 2. Expressões Algébricas. 3. Tarefas Exploratórias. I. Rodrigues, Cleide Oliveira, orient. II. Título

CDD 510

JONATHAS VINÍCIUS BARBOSA LIMA

**ESTRATÉGIAS UTILIZADAS POR ALUNOS DE 8º ANO AO
RESOLVEREM TAREFAS EXPLORATÓRIAS DE EXPRESSÕES
ALGÉBRICAS**

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dr^a. Elisângela Bastos de Melo Espíndola

Prof. Dr^a. Sandra da Silva Santos

Orientadora Profa. Me. Cleide Oliveira Rodrigues

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus e Nossa Senhora por me darem forças para continuar na caminhada da graduação.

Depois, aos meus pais, Maria de Fátima Barbosa Lima e Genival Domingos de Lima e meu irmão, Jefferson Barbosa de Lima, que sempre me deram o suporte necessário para que eu não desistisse do meu sonho de ser professor.

Aos meus amigos, Thaís e Felipe, que foram meus companheiros no meu período escolar e sempre me incentivaram a seguir o caminho da licenciatura.

Agradeço também às amigas Mayara e Amanda Martins, que me motivaram desde o início no ambiente acadêmico e que continuam sendo amigas essenciais na minha vida.

As minhas primeiras amigas da “Ruralinda” (apelido carinhoso da UFRPE), Ytala e Izadora, que me deram todo suporte necessário me acolhendo nos momentos mais tensos que a Universidade proporcionou.

Aos meus amigos de turma, em especial Dayvid, Hellen, M^a Fernanda e Beatriz que foram grandes parceiros nessa trajetória, principalmente nos períodos das aulas online.

A minha madrinha Mirelle e minha amiga Jhennifer que estão comigo nos melhores e piores momentos, segurando minha mão.

A todas as pessoas não citadas, como professores e colegas que contribuíram na minha formação acadêmica.

Por fim, mas não menos importante, a minha orientadora Profa. Me. Cleide Oliveira Rodrigues, que não desistiu de mim em nenhum momento, acreditando no meu potencial quando nem mesmo eu acreditava. Obrigado, sem a senhora esse trabalho não teria acontecido.

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos de 8º ano ao resolverem tarefas exploratórias de expressões algébricas. Em termos de abordagem metodológica, trata-se de uma pesquisa qualitativa de caráter exploratório, que analisou as estratégias e dificuldades que os alunos do 8º ano apresentam quando resolvem tarefas exploratórias sobre expressões algébricas. Os participantes foram trinta e quatro alunos de uma turma do 8º ano do ensino fundamental, de uma escola particular da região metropolitana do Recife-PE. Os dados foram adquiridos por meio de observações diretas na sala de aula, além de registros de fotos dos materiais dos alunos e de seus documentos escritos ao responderem à tarefa. Após analisar as informações, observou-se que os alunos apresentaram entendimentos sobre pensamento algébrico ao supor que determinada sentença vale qualquer valor. Apresentam também dificuldades na interpretação e generalização em expressões algébricas. Apresenta-se a necessidade de mais pesquisas como essa, assim como a busca dessas informações relacionadas à tarefas exploratórias, intencionando uma maior compreensão e desenvolvimento algébrico, assim como, em outros domínios da matemática. Posto isso, espera-se, ainda, colaborar tanto para o campo da álgebra quanto para análises de tarefas exploratórias.

Palavras chaves: Pensamento Algébrico; Expressões Algébricas; Tarefas Exploratórias.

SUMÁRIO

Sumário

1. INTRODUÇÃO	8
1.1 PROBLEMÁTICA E JUSTIFICATIVA	8
1.2 OBJETIVO GERAL	12
1.2.1 Objetivos específicos	12
1.3 APRESENTAÇÃO DOS CAPÍTULOS	12
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
2.1. ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL	14
2.2. EXPRESSÕES ALGÉBRICAS	15
2.3 TAREFAS EXPLORATÓRIAS	17
3. METODOLOGIA	19
3.1. CONTEXTO E PARTICIPANTES	19
3.2. DESCRIÇÃO DA AÇÃO	19
4. ANÁLISE DOS DADOS	23
4.1. A TAREFA 1	23
4.2. TAREFA 2	26
5. Considerações finais	32
6. REFERÊNCIAS	33
7. ANEXOS	35
Anexo I	35
Anexo II	37
Anexo III	40

FIGURAS

Figura 1: Resolução de Francisco	21
Figura 2: Resolução de Valéria	22
Figura 3: Representação da resolução de Vitória.	25
Figura 4: Representação da resolução de Laura.	25
Figura 5: Representação da resolução de Joaquim	25
Figura 6: Representação da resolução de Bernardo	26
Figura 7: Fragmento das resoluções para discussões com os alunos do item d	28
Figura 8: Resolução de Nikolas.	29

1. INTRODUÇÃO

1.1 PROBLEMÁTICA E JUSTIFICATIVA

A álgebra é uma ramificação da matemática que tem como uma das principais características o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno. Esse campo matemático gera muitas opiniões negativas entre os alunos por considerarem um alto nível de dificuldade na compreensão e interpretação dos problemas algébricos. Para Kaput (1999), a imagem tradicional da álgebra escolar se fundamenta na simplificação de expressões algébricas, resolução de equações e técnicas para manipulação de símbolos. Como resultado disso tem-se o pré-julgamento desse campo matemático, resultando em dificuldades de aprendizagem por parte considerável dos alunos. Com relação ao insucesso dos alunos na aprendizagem da álgebra SOUZA (2013, apud Barbosa, 2008, p.1) situa essa problemática nos seguintes aspectos:

Vários estudos (BOOTH 1995, CURY 2006, SCARLASSARI 2007, GIL; PORTANOVA 2007, RIBEIRO 2001) evidenciam o insucesso dos alunos em compreender os conceitos que envolvem a Álgebra escolar. Especificamente, em relação às equações e expressões algébricas, pode-se citar, o uso incorreto da propriedade de cancelamento em expressões algébricas, a dificuldade em discriminar expressão de equação algébrica, o conceito sobre variáveis (QUINTILIANO, 2004), falta de domínio de técnicas algébricas elementares, dificuldade em extrair dados de enunciados e estruturá-los algebricamente (Barbosa, 2008).

Contribuindo com essa problemática a álgebra escolar constitui-se na maioria das vezes em um conjunto de regras e símbolos sem nenhuma relação com o cotidiano do aluno, o que faz com se alimente mais ainda suas dificuldades. A esse respeito Baldin (2018) argumenta que apesar da Educação Matemática e dos documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997), preconizam que no ensino e na aprendizagem da álgebra deve prevalecer a compreensão conceitual desses conteúdos, ainda é comum a compreensão de que a álgebra é apenas uma extensão da aritmética.

Os PCN's (Brasil,1997) também enfatizam que o ensino da álgebra nas escolas possibilita que os alunos sejam capazes de desenvolver uma compreensão abstrata dos problemas matemáticos, além da habilidade de generalizar conceitos e resolver situações-problema mais fáceis. A esse respeito, é importante destacar que as noções algébricas devam ser inseridas na sala de aula desde os anos iniciais articulando problemas aritméticos à ideias que transcendam as operações básicas, para que o aluno possa construir significados de uma expressão algébrica, por exemplo. Ainda para os PCN's, o professor não deve focar apenas no uso de repetições e fórmulas, pois os alunos acabam não vendo ligação com situações do dia a dia, por exemplo. Por isso, o uso de tarefas que favoreçam ao aluno desenvolver sua capacidade de resolução, construir suas próprias estratégias e pensar sobre elas pode contribuir para o desenvolvimento de seu pensamento algébrico.

No que diz respeito a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), também traz sugestões sobre o ensino na álgebra que, iniciada nos anos iniciais, é possível trazer as ideias de generalização de padrões e regularidades, porém sem o uso das letras. Nos anos finais, o aluno precisa ser capaz de resolver expressões algébrica e suas equações e inequações, compreendendo todos os procedimentos algébricos que precisam ser utilizados.

De acordo com a BNCC (Brasil, 2018), as ideias veiculadas para o ensino e a aprendizagem da álgebra são dadas por: equivalência, interdependência, variação e proporcionalidade. Além disso, o sinal de igualdade deixa de ser apenas um indicador de operações que precisam ser feitas e passa a também estabelecer uma relação de equivalência. Dessa forma, os alunos dos anos finais devem estabelecer conexões entre variáveis, saber técnicas de resolução de equações e inequações para os mais variados tipos e equações e inequações.

Booth (1995) afirma que outro desafio é na aceitação dos alunos com respostas diferentes de coeficientes numéricos pois, por exemplo, em uma expressão cuja resposta seja dada através de uma letra, como o x , o aluno se sente inseguro. Além disso, a associação dos símbolos na aritmética e na álgebra é um problema bastante comum, resultado do não entendimento correto do pensamento algébrico que deveria ser construído dentro do ambiente escolar.

[...] a maioria dos professores trabalha a álgebra de forma mecânica e automatizada, dissociada de qualquer significação social e lógica, enfatizando simplesmente a memorização e a manipulação de regras,

macetes, símbolos e expressões. (MIGUEL; FIORENTINI; MIORIM, 1992, p. 79)

Ainda com relação a essa problemática, é comum que a prática docente seja baseada em procedimentos, através do uso ostensivo da manipulação de fórmulas e expressões com símbolos e letras, esta visão não corresponde aos objetivos voltados para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

A relação que se estabelece entre o ensino e a aprendizagem de álgebra, que entendemos como prática letiva, tem por princípio dar significado aos objetos matemáticos para o aluno, de modo que ele possa se desenvolver ao longo de sua vida escolar. De acordo com Almeida e Santos (2011), não é isso que tem acontecido na escola, pois segundo relatórios dos sistemas de avaliação em larga escala como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e o Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco (Saepe) mostram baixos índices de rendimentos dos alunos em todos os campos da Matemática, o que indica que o fracasso da álgebra está associado ao fracasso em matemática.

No que compete ao professor, vale ressaltar que também há uma preocupação com a prática letiva, de modo a envolver seu aluno em suas descobertas algébricas, como na investigação de padrões, generalização das operações aritméticas ou até mesmo identificando estruturas em sucessões numéricas para interpretá-los por meio de símbolos. Diante disso, cabe ressaltar o papel do professor para a superação das dificuldades do aluno, de modo a contribuir para que ele desenvolva seu pensamento algébrico. Um critério importante neste papel docente é a formação dos professores, tanto a continuada como a formação inicial.

Deve-se pensar que é possível, a partir da formação inicial, o futuro professor desenvolver um pensamento algébrico para o ensino, ou até mesmo refletir sobre a forma como seu pensamento algébrico foi construído durante sua educação básica, pois pode-se supor que por muitas vezes não foi construído de forma correta, enquanto aluno do ensino básico. Assim como, é importante ao futuro professor compreender as inseguranças dos alunos em relação a essa área do conhecimento matemático para poder traçar estratégias didáticas que contribuam para o desenvolvimento do pensamento algébrico desses alunos.

Araújo (2008) destaca que, “o ensino da álgebra nas escolas de educação básica deve ser uma das preocupações dos cursos de licenciatura em matemática na busca

de melhor formação aos professores” (p. 342). Portanto, consideramos importante que o futuro professor vivencie experiências no ambiente escolar ainda como licenciandos, pois é a partir delas que é possível perceber a sua responsabilidade para o progresso escolar, propor práticas reflexivas sobre seu ensino e promover aprendizagens significativas para os alunos dos conteúdos de álgebra.

O que se pode perceber nas grades curriculares dos cursos de licenciatura em matemática é uma grande valorização nas teorias matemáticas e desvalorização de práticas pedagógicas que, segundo Usiskin (1995) “a álgebra ensinada na escola média tem uma conotação muito diferente daquela ensinada em cursos superiores de matemática” (p. 09).

Como proposta para a superação desses impasses, é necessário que haja uma concordância entre o que é ensinado na licenciatura, as orientações do currículo escolar e a atuação do professor no trabalho com a álgebra na educação básica. Ball (1990) ressalta que possuir um alto conhecimento matemático não é sinônimo de melhora na aprendizagem dos alunos e nem lhe atesta ser um bom professor.

Toda essa discussão é influenciada desde a inserção da álgebra no currículo escolar do Brasil em 1799, tendo destaque em 1962 através do Movimento da Matemática Moderna (MMM), que durante muito tempo, organizou os conteúdos escolares de Matemática em três blocos: geometria, aritmética e álgebra.

Usualmente, o estudo dos números tem sido associado ao campo da aritmética, enquanto o trabalho com as “letras” tem sido ligado à álgebra. Na realidade, as tendências atuais em Educação Matemática encaram a álgebra não mais como um bloco de conteúdos, mas como uma forma de pensar matematicamente, caracterizada, entre outros aspectos, pela busca de generalizações e de regularidades (Brasil, 2018). Adotado esse ponto de vista, é recomendável que o ensino de álgebra seja desenvolvido desde a primeira etapa do Ensino Fundamental, com o cuidado de não o reduzir à simples manipulação simbólica.

Na minha experiência no ambiente acadêmico, na Licenciatura em Matemática, tive a oportunidade de aprofundar meus estudos em vários campos da matemática e do seu ensino, mas também de questionar o papel de cada campo na prática de sala de aula, um desses questionamentos diz respeito ao ensino e a aprendizagem da álgebra. A partir dessas experiências, pude notar a falta de um

bom desenvolvimento do meu pensamento algébrico, que foi desenvolvido na escola básica. Isso não ocorreu por falta de interesse, mas sim devido à forma como esse conteúdo foi abordado pelos meus professores na época. Logo, foi na Licenciatura que pude perceber as dificuldades desses docentes em fazer com que suas práticas contribuíssem para um bom desenvolvimento do meu pensamento algébrico.

Na disciplina de Estágio Supervisionado II (ESO II), tive a oportunidade de conhecer e aprofundar-me no estudo das tarefas exploratórias e suas potencialidades para trabalhar com os alunos. Disso, surgiu o interesse de utilizar as tarefas exploratórias no processo de ensino e aprendizagem da álgebra, mais especificamente no campo das expressões algébricas, nas quais os alunos encontram muitas dificuldades, principalmente ao se desvincularem do ensino tradicional, que é um método amplamente utilizado no ensino da álgebra, com valorização de “uma linguagem simbólica algébrica tradicionalmente utilizada nos ambientes escolares (ALMEIDA; SANTOS, 2019).

Diante disso, pretendo responder a questão de pesquisa: **Que estratégias e dificuldades os alunos do 8º ano apresentam quando resolvem tarefas exploratórias sobre expressões algébricas?** Considerando que respostas a essa questão pode atender ao objetivo geral e específicos:

1.2 OBJETIVO GERAL

Investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos de 8º ano ao resolverem tarefas exploratórias de expressões algébricas.

1.2.1 Objetivos específicos

- i) Identificar as dificuldades dos alunos ao resolverem tarefas exploratórias de expressões algébricas.
- ii) Identificar elementos que caracterizam o pensamento algébrico e o aritmético dos alunos quando resolvem tarefas exploratórias de expressões algébricas
- iii) Analisar as estratégias dos alunos para a generalização ou padronização de expressões algébricas ao resolverem tarefas exploratórias.

1.3 APRESENTAÇÃO DOS CAPÍTULOS

O capítulo da introdução traz uma compreensão de alguns desafios da álgebra no contexto escolar e seus reflexos nas aprendizagens dos alunos. Depois, faço um apanhado nos documentos oficiais, como os PCN's e a BNCC de algumas sugestões para seu ensino e aprendizagens. Também, com esse mesmo propósito, refiro-me a alguns autores da área da Educação Matemática para situar a problemática e sugestões para sua superação no ensino e na aprendizagem da álgebra. Por fim, finalizo com a questão de pesquisa e com os objetivos (geral e específicos).

No capítulo dois, procurei entender à luz de alguns autores quais os desafios e as propostas para o ensino e a aprendizagem da álgebra. Para isso, as referências se baseiam na álgebra no ensino fundamental, as expressões algébricas e as tarefas exploratórias. No primeiro ponto, busco compreender o tratamento dado ao ensino de álgebra nas teorias, os principais conceitos que devem ser privilegiados no ensino e na aprendizagem e algumas propostas para a realização da prática.

No segundo ponto que trata das expressões algébricas, faço uma revisão de literatura para compreender quais são os principais erros dos alunos quando resolvem tarefas desse assunto, como os alunos desenvolvem suas competências para resolver problemas de expressões algébricas. Depois, analisei pesquisas que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos no ensino fundamental. Com a última etapa da fundamentação teórica, fiz o estudo de tarefas exploratórias como uma possibilidade para o ensino desse assunto.

No terceiro capítulo, faço uma descrição do contexto e dos participantes dessa pesquisa, também descrevo como a ação foi realizada, e por fim apresento as tarefas que fizeram parte da aula.

No capítulo de análise, centrei minha atenção nas respostas e nos momentos de discussão que tivemos em sala de aula. Para cada situação selecionei respostas dos alunos que indicam como eles vão desenvolvendo seu pensamento algébrico, mesmo quando mostram suas dúvidas.

Nas considerações finais, faço um pequeno relato dos principais elementos que se destacam, que considero ter respondido a questão de pesquisa.

Finalizo com as referências e os anexos.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Segundo Oliveira (2002), “[a] álgebra consiste em um conjunto de afirmações, para os quais é possível produzir significados em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade”. No ambiente escolar, essas afirmações acabam não ficando tão claras para os alunos por muitas vezes não estarem associadas ao seu cotidiano. Um dos fatores que atrapalham o desenvolvimento algébrico, segundo Neves (2005), é o pensamento que alguns alunos e professores têm quando relacionam a álgebra como um conteúdo que é visto apenas dentro da sala de aula com exercícios mecânicos e cansativos.

De acordo com os PCN's, outro fator que impossibilita tal desenvolvimento é a ausência da exposição de todas as dimensões da álgebra (Aritmética generalizada, funcional, equações e estrutural) e as diversas concepções do uso das letras neste contexto. No que se refere a aritmética generalizada, as letras desempenham um papel de representarem um valor desconhecido. Já na dimensão funcional, as letras são apresentadas como variáveis que expressam relações e funções. No que diz respeito às equações, as letras são vistas como incógnitas em conteúdos como resolução de equações. Por último, na dimensão estrutural, as letras vão além das concepções de “variáveis” ou “incógnitas”, aparecem como símbolos abstratos.

Tais dimensões contribuem na promoção das aprendizagens dos alunos no ensino fundamental, além de desenvolver o raciocínio lógico e o pensamento algébrico.

A álgebra se apresenta de maneira sutil nos primeiros anos de ensino e mostra-se com mais intensidade a partir do 8º ano do ensino fundamental, sendo necessário um raciocínio mais abstrato por parte dos alunos, o que contribui no desenvolvimento do pensamento algébrico. BRUM e CURY (2013) ressaltam que “O desenvolvimento da linguagem algébrica, se dá pelo uso das ideias derivadas da Aritmética, notando-se que as dificuldades se originam na maneira como a Álgebra é

informada: sem fazer menções às oscilações do cotidiano e da vida e como algo inteiramente novo para quem aprende.”

Esse desenvolvimento do pensamento algébrico deve-se principalmente à maneira como o professor aborda os conteúdos dentro de sala de aula. De acordo com Savioli (2006, p. 7) “O professor, enquanto orientador da aprendizagem, precisa buscar diferentes maneiras de ensinar, utilizando-se de metodologias diferentes e de instrumentos didáticos que subsidiem suas aulas e atividades. Precisa proporcionar aos seus estudantes experiências matemáticas para que eles possam se tornar profissionais independentes e críticos.”

Diante desse contexto, a formação inicial dos professores influencia diretamente na promoção desse desenvolvimento, ou seja, é preciso que seja exposta para os futuros docentes metodologias para que sejam capazes de propiciar aos seus alunos ambientes favoráveis para o ensino da álgebra.

O uso do livro didático no ensino da álgebra precisa ser mencionado, pois muitos deles apenas tratam esse conteúdo como um conjunto de símbolos e regras que devem ser seguidos com rigor, o que causa grande aversão por parte dos alunos por considerarem um nível altíssimo de dificuldade, logo, é necessário que os professores se ponham à disposição para pesquisarem tarefas que incitem o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno.

2.2. EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Um estudo desenvolvido por BRUM e CURY (2013) teve como objetivo analisar o erro dos estudantes do 8º ano nas resoluções das equações algébricas, principalmente nos processos de abstração e generalização por eles demonstrados. A Álgebra é um conteúdo que promove o desenvolvimento da capacidade de abstração e generalização, sendo uma ferramenta essencial para solucionar problemas e transcendendo a mera aplicação mecânica, conduzindo o estudante a pensar e construir o pensamento algébrico (BRASIL, 1998).

A pesquisa consistiu em três etapas: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. Adicionalmente, foi utilizado o modelo de classificação de erros proposto por Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987).

Nesta pesquisa, a primeira e a terceira tarefas são semelhantes. Uma delas trata da planta de uma casa, cujas dimensões são expressas por meio de expressões algébricas, enquanto a outra envolve imagens de polígonos, com medidas também expressas por meio de expressões algébricas. Foi observado um equívoco relacionado à troca da área pelo perímetro. Outro erro técnico identificado foi a incapacidade do aluno em apresentar corretamente as operações algébricas envolvidas na questão, bem como a falta de conhecimento para utilizar corretamente a propriedade distributiva e a substituição da multiplicação de monômios por adição.

A segunda tarefa consistia em uma sequência de construção de foguetes utilizando palitos de fósforo. Nesse caso, foi possível analisar o erro no processo de generalização da questão. Já na quarta e última tarefa, o objetivo era equilibrar uma balança, sendo que alguns pesos eram expressos por incógnitas. Nessa situação, foi possível identificar o erro na transição da linguagem natural para a linguagem algébrica. Conclui-se que os estudantes não desenvolveram adequadamente o pensamento algébrico e apresentaram dificuldades na resolução de problemas envolvendo geometria

Uma pesquisa desenvolvida por Delazeri e Groenwald (2019) tinha como objetivo investigar se os estudantes de uma turma do 9º ano do ensino fundamental possuem desenvolvida a competência de resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico nos conteúdos de equações do 1º grau e sistemas de equações do 1º grau trabalhados em um ambiente virtual chamado SIENA. O SIENA gera um mapa individualizado das dificuldades dos estudantes, o qual estará ligado às tarefas abordadas, na qual servem para recuperar as dificuldades que cada aluno apresenta no conteúdo desenvolvido. Na análise das questões foi possível observar que os alunos possuíam uma interpretação básica das operações envolvendo componentes algébricos, além disso, têm desenvolvido a capacidade de resolução de problemas que envolvam, na sua resolução, conhecimentos algébricos.

Outra pesquisa realizada por Schwantes (2004) tem como objetivo analisar o desenvolvimento do pensamento algébrico discente mediado pela significação da linguagem com estudantes do 8º ano em uma escola estadual no município do Paraná. Foram apresentadas duas situações-problema em que ambas abordam sobre a ideia de generalização do pensamento. Uma sobre uma

sequência de figuras e a outra sobre uma disposição de mesas (em formato retangular) e cadeiras que vão dispondendo de maneira diferente cada vez que se junta uma mesa à outra. Foi possível notar que os alunos demandam um certo tempo para a passagem do pensamento conceitual, além disso, notou-se também que a pesquisa realizada mostrou sinais de desenvolvimento do pensamento algébrico em decorrência da compreensão dos alunos em relação aos textos, chegando a escrita simbólica representativa do contexto de cada situação-problema abordada.

Já o estudo desenvolvido por Silva e Savioli (2012) também tinha o objetivo de identificar, analisar e discutir características do pensamento algébrico em tarefas aplicadas a 35 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Foram trabalhadas tarefas nas quais duas foram discutidas: uma sobre a disposição de caixas de doces e a outra sobre uma sequência de números em um quadro. Estas tarefas evidenciaram indícios do pensamento algébrico por parte dos alunos, mesmo que nem sempre a resolução de problemas estivesse sendo feita corretamente. Não houve a presença da linguagem simbólica algébrica visto que estes alunos não possuem esse tipo de contato na etapa escolar que estão. Nas resoluções verificou-se que os alunos estabelecem relações e comparações entre as informações descritas na tarefa abordado, produzem mais de uma representação para uma mesma situação-problema e desenvolvem algum processo de generalização.

Nesta pesquisa, desenvolvida por Miola e Flores (2020), busca-se como objetivo analisar o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico de alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Dourados/MS. Foi elaborada uma tarefa de caráter exploratório para que o aluno se depare com diversas representações das expressões algébricas. Inicialmente foi trabalhado o conceito de perímetro e após fixada a ideia, partiu para polígonos cujos lados eram representados por expressões algébricas. Os alunos não apresentaram dificuldades para compreender uma expressão algébrica na relação do perímetro de figuras planas, porém uma dificuldade evidente foi em relação às operações algébricas, principalmente envolvendo o cálculo com números negativos. A participação desses alunos foi o diferencial para que todas as dúvidas pudessem ter sido sanadas.

Diante disso, pode-se notar que todas as pesquisas evidenciam algumas, em comum dos alunos em relação ao desenvolvimento do seu pensamento algébrico.

2.3 TAREFAS EXPLORATÓRIAS

As tarefas matemáticas são recursos indispensáveis à realização na prática docente. Pode-se até afirmar ser impossível a realização de uma aula de Matemática sem que as tarefas matemáticas não estejam presentes no contexto da aula, pois são elas o principal instrumento de aproximação do aluno com o conhecimento matemático. Sendo, portanto, as tarefas que envolvem o aluno em questionamento que necessitam de resposta.

É comum, no contexto da prática docente dar-se o nome às tarefas de exercício ou problema as perguntas trazidas pelos professores para a sala de aula ou aquelas disponibilizadas no livro didático. No entender de Ponte (2005), as tarefas são aquilo que é ofertado para que o aluno resolva e a ação do aluno sobre a tarefa é a sua atividade.

Silva (2007) particulariza todos os tipos de tarefas em problemas, que os chamam de problema: bem estruturado, mal estruturado, qualitativo, quantitativo, rotineiro e não rotineiro, de determinação, de demonstração, prático e outros. No entanto, outra classificação para as tarefas é vista em Ponte (2005) em que chama as tarefas de: exercício, problema, exploração e investigação. Os problemas e exercícios são tarefas fechadas, que segundo Santos e Lima (2002) têm um enunciado definido dentro do conteúdo a que se refere, os dados estão postos para serem manipulados na resolução e têm uma pergunta clara.

As tarefas de exploração e de investigação são abertas, porque possibilitam mais de uma estratégia para resolução, exige do aluno uma justificativa para a escolha dessa estratégia, possibilitando maior diálogo entre professor e alunos. No entanto, as tarefas de investigação têm uma maior exigência, pois requer um maior tempo para sua realização. Geralmente, estão associadas às tarefas de pesquisa em sala de aula ou desenvolvidas na ideia de projetos.

A escolha pelas tarefas exploratórias se deve a possibilidade de “encontrar situações de aprendizagem de natureza exploratória que constituam bons pontos de partida para o estudo de novos assuntos, circunscrevendo desse modo a abordagem verbalista e expositiva” (PONTE, 2005, p. 18), estão, ainda, presentes no ensino de Matemática.

Para este autor, quando o professor utiliza as tarefas exploratórias em suas práticas docentes dá a oportunidade ao aluno de elaborar suas justificativas, já que criar conclusões são importantes para a aprendizagem dos alunos, especificamente no ensino da álgebra e claro, não responsabilizando somente o professor pelas respostas às tarefas. Diante dessas considerações para ensino da álgebra no ensino fundamental, devemos considerar as orientações dos documentos oficiais para trabalhar de forma consistente e diversificada neste período de escolaridade e dar suporte metodológico ao professor à respeito das tarefas exploratórias, ampliando o leque para o ensino e conseqüentemente a aprendizagem da álgebra.

Para isso, é importante que o professor observe alguns requisitos para que o aluno desenvolva a atividade a ser explorada na tarefa: i) conhecer os alunos a quem se dirige e a forma como eles aprendem; a tarefa deve traduzir as orientações curriculares, revelando uma matemática significativa para eles; deve ajudar o aluno a compreender o que é fazer matemática; devem desafiar os alunos, desenvolvem as suas compreensões e aptidões matemáticas; incluir a possibilidade de formulação e resolução de problemas pelos alunos gerando perguntas e promovem discussões na sala de aula.

3. METODOLOGIA

3.1. CONTEXTO E PARTICIPANTES

A pesquisa foi realizada em uma turma do oitavo ano do ensino fundamental, com trinta e quatro alunos de uma escola particular da região metropolitana do Recife- PE. A minha aproximação com a escola, enquanto professor, favoreceu a investigação, e a escolha por esses alunos se deve ao nível de dificuldades que eles apresentam ao resolver tarefas. Outro ponto, se refere a inicialização dos conteúdos de álgebra, em que suponho ser um desafio para que eles compreendam determinadas características específicas desses conteúdos.

Os alunos são adolescentes entre doze e quatorze anos, onde as meninas eram maioria. São alunos pouco participativos, com interesse reduzido em resolver tarefas tanto no contexto da sala de aula como nas extraclasse.

Todos os alunos da turma, cujos nomes são todos fictícios, participaram e entregaram suas atividades.

3.2. DESCRIÇÃO DAS AÇÕES

Com o objetivo de investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos de 8º ano ao resolverem tarefas exploratórias de expressões algébricas, organizei o desenvolvimento dessa investigação em 3 etapas que serão detalhadas a seguir: i) Análise problemas ou exercícios do livro didático sobre expressões algébricas utilizados em sala de aula; ii) Pesquisa tarefas que contribuam com o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos em expressões algébricas; iii) seleção e aplicar duas tarefas em sala de aula.

i) Analisar problemas ou exercícios do livro didático sobre expressões algébricas utilizados em sala de aula.

Inicialmente, fiz uma análise detalhada do livro didático utilizado no espaço da sala de aula, para identificar tarefas que pudessem contribuir para uma construção inicial

de expressões algébricas. Identifiquei que as tarefas predominantes no livro didático se caracterizavam como exercício, que não é meu foco de estudo.

ii) Pesquisa tarefa que contribuam com o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos em expressões algébricas

Com o interesse em promover uma discussão coletiva sobre os elementos matemáticos que normalmente se apresentam nas expressões algébricas, foi realizada uma pesquisa com o intuito de catalogar um conjunto de tarefas exploratórias que poderiam colaborar com a ação a ser desenvolvida (Anexo I). Levei em conta como cada tarefa explora o conhecimento algébrico dos alunos de uma forma que não percam o interesse em resolver a questão.

iii) Selecionar e aplicar duas tarefas em sala de aula

Neste conjunto de tarefas exploratórias (Anexo I), duas foram selecionadas e aplicadas no contexto da sala de aula. Para a inserção dessas tarefas em sala de aula não houve nenhuma explicação prévia. Inicialmente, entreguei a tarefa exploratória (Quadro 1) e depois a tarefa exploratória 2.

Tarefa 1	Objetivos de aprendizagem
<p>O professor Jean está organizando um campeonato de Free Fire. Na primeira semana se inscreveram 50 alunos, e sabe-se também que a taxa de inscrição é de R\$ 3,00.</p> <p>a) quanto será arrecadado se apenas 48 alunos se inscreverem?</p> <p>b) Se o número de alunos inscritos na primeira semana dobrar, quanto será arrecadado? Justifique.</p> <p>c) quanto será arrecadado caso sejam n alunos? Justifique.</p> <p>d) Se for arrecadado R\$ 240,00, quantos alunos participaram? Justifique.</p>	<p>Objetivo geral: identificar as dificuldades dos alunos ao resolverem tarefas exploratórias de expressões algébricas.</p> <p>Objetivos específicos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Promover discussões com alunos em torno dos conceitos aritméticos de modo a contextualizar a inserção da letra n presente na tarefa. <p>Estratégia geral: Busca-se através dessa tarefa, provocar uma discussão com e entre os alunos sobre uma ideia de generalização.</p>

Quadro 1-tarefa exploratória

Após essa primeira da tarefa exploratória, os alunos foram convocados a resolver a tarefa exploratória 2, cuja descrição está no quadro 2:

Tarefa 2	Objetivos de aprendizagem
<p>Durante o intervalo entre as aulas, a turma do 8º ano decidiu reunir-se no refeitório para planejar a apresentação da feira de conhecimento. No refeitório só havia mesas de quatro lugares disponíveis e, inicialmente, sentaram-se quatro estudantes em uma mesa com quatro lugares, logo chegaram mais dois estudantes e um deles teve a ideia de juntar outra mesa ao lado da primeira para que os seis pudessem se sentar de maneira que, não sobrava nenhum lugar. Algum tempo depois, outros dois colegas da turma se juntaram ao grupo e juntaram uma nova mesa ao lado das duas anteriores e todos conseguiram se sentar de maneira que não sobrava nenhum lugar:</p>	<p>Objetivo geral: Explorar as ideias dos alunos na discussão coletiva para identificar elementos que caracterizam seus pensamentos algébricos ao resolverem tarefas exploratórias.</p> <p>Objetivos específicos:</p> <p>Identificar padrões em relação à sequência das mesas, expressando algebricamente sua generalização.</p>
<p>a. Faça um desenho representando a disposição das mesas e seus ocupantes. b. Desenhe a representação das mesas quando chegarem mais dois estudantes da turma. c. Se forem colocadas 12 mesas, quantas pessoas podem se sentar, usando a mesma disposição? d. E se forem colocadas n mesas? e. Quantas mesas seriam necessárias para acomodar 30 pessoas nas mesmas condições? E para acomodar 45 pessoas?</p>	<p>Estratégia geral: Busca-se através dessa tarefa, propor uma discussão entre os alunos sobre o uso de uma expressão algébrica no processo de generalização.</p>

Quadro 2-Tarefa exploratória

Os instrumentos utilizados para a recolha de dados foram os registros de fotos dos materiais dos alunos no momento da aula e documentos escritos por eles ao responderem à tarefa. Após a aplicação das tarefas, foi elaborado um diário de bordo registrando detalhadamente a aula aplicada e os diálogos feitos durante a realização e resolução das tarefas.

No início da aula, convidei os alunos a formarem duplas com a intenção de promover o diálogo entre os alunos. Depois, expliquei que eles teriam que responder uma tarefa sobre um assunto que iria começar. Enfatizei que o importante era que respondessem e que não se preocupassem se estivesse certo ou errado mas que tentassem responder, além disso, para que aumentasse o nível de interesse deles,

avisei que iria valer uma certa pontuação para ajudá-los em alguma avaliação com baixa pontuação. Logo após as orientações, eles formaram as duplas e assim escrevi no quadro a primeira tarefa exploratória.

4. ANÁLISE DOS DADOS

4.1. A TAREFA 1

Após escrever a tarefa, dei um tempo de 10min para que pudessem responder. O que chamou a atenção deles foi pelo fato do nome “free fire” aparecer na tarefa, por ser um contexto que faz parte de suas realidades:

Não sabia que dava pra envolver matemática com Free Fire professor. (Francisco, antes de iniciar a resolução das tarefas).

Após o tempo dado, a maioria dos alunos sinalizou que já haviam terminado de responder. Comecei então a socializar as respostas desta tarefa, organizando no quadro as respostas deles, principalmente as que mais se destacaram.

Na letra em que perguntava (a) *Quanto será arrecadado se apenas 48 alunos se inscreverem?* Observou-se que não houve dificuldade dos alunos. Rapidamente, disseram que a resposta era R\$ 144,00. Pedi para que a justificasse e rapidamente disseram que bastava multiplicar a quantidade de alunos pelo valor da inscrição. Perguntei-lhe se alguém teria respondido de outra forma e um dos alunos mostrou que apesar da resposta ser a mesma, a estratégia utilizada tinha sido diferente:

Pensei diferente, mas deu o mesmo resultado. Como 50 inscritos vale R\$150,00, então eu subtraí 150 por 6, e achei a quantidade para 48 inscritos. (Francisco, resposta de letra a)

a) quanto será arrecadado, se apenas 48 alunos se inscreverem? Justifique a resposta e 144 pois
 $150 - 6 = 144$

Figura 1: Resolução de Francisco

Mostrar que essa estratégia se diferenciou da maioria dos alunos, foi importante para reforçar para os alunos que a resolução de tarefas matemáticas podem ter estratégias diferentes. Além disso, essa estratégia foi uma oportunidade para discutir com os alunos as operações aritméticas utilizadas.

No momento de responder (b) se o número de alunos inscritos na primeira semana dobrar, quanto será arrecadado, e pedir para justificarem, observei que as dúvidas foram mais do que a pergunta anterior. No entanto, eles conseguiram responder que o valor era R\$ 300,00:

Como 50×2 é 100, é só pegar o resultado e multiplicar por 3 professor. (Resposta de Valéria a letra b).

Handwritten work on lined paper:

$$\begin{array}{r} b) \quad 50 \\ \times 2 \\ \hline 100 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \\ \times 3 \\ \hline 300 \end{array} \quad \begin{array}{l} J: \text{ pois } 50 \times 2 = 100 \text{ e } \text{vezes} \\ \text{a taxa } 100 \times 3 = 300. \end{array}$$

Figura 2: Resolução de Valéria

Pode-se notar, pelos itens “a” e “b”, que os alunos não demonstraram dificuldades na compreensão e resolução por se tratarem apenas de processos aritméticos.

A letra (c) *Quanto será arrecadado caso sejam n alunos?* Notei que as dúvidas se intensificaram, pois a maior parte da turma questionou a presença da letra n , fazendo comentário que mereceu uma maior atenção. Esse comentário chamou atenção por serem perguntas pertinentes ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. Nesse sentido, observa-se a estranheza deles com a presença da letra, depois eles fazem comparação, supondo um aluno ser chamada de n e por fim eles questionam como responder a tarefa se não sabe a quantidade de pessoas envolvidas:

O que é esse n , professor?
 Como assim, aluno pode ser uma letra?
 Como posso responder se a gente não sabe a quantidade certa dos alunos?
 (Questões de Tiago e João)

Para orientá-los e promover discussões em torno dessas questões, tentei provocá-los, questionando-os:

Por exemplo, vocês conseguem me dizer caso tivessem inscrito 15 alunos? (Orientações do professor).

Eles mostraram-se seguros em responder que era só multiplicar por 3. Esse entendimento indica uma apropriação dos processos aritméticos, e que essa questão se apresentou como uma dificuldade para usar as operações que eles já sabiam utilizar.

Ainda, no sentido de envolvê-los na busca pela resposta, eles responderam facilmente quando perguntei e “Se eu quisesse saber agora caso tivessem inscritos 90 alunos?

Essas perguntas que envolviam as operações aritmética tinham a intenção de levá-los a pensar numa possível generalização. Depois de outros questionamentos, uma aluna respondeu que para “Qualquer que seja o número de inscritos o senhor multiplica por 3 e a gente já descobre”. Percebeu-se que a aluna começa a pensar na ideia de generalizar quando supõe que para qualquer número no contexto desta tarefa basta multiplicar por 3.

É a partir de respostas como essas que o professor promove o desenvolvimento do seu pensamento algébrico. Para isso, meu interesse foi fazê-los pensarem um pouco mais sobre a presença do n . A mesma aluna que respondeu que para qualquer número basta multiplicar por 3, acabou por responder aquilo que a tarefa solicitava:

Então se temos uma quantidade n de alunos, que é o que essa alternativa está querendo saber, o que deveríamos fazer?
É só pegar esse n e multiplicar por 3, então? (Valéria, discussões na aula).

A resposta dos alunos, fez com que outros alunos observassem a relação entre as operações aritméticas e a presença do n na tarefa e começaram a confirmar que ela estava certa, que realmente bastava multiplicar por 3.

A partir dessa questão, escrevi a expressão no quadro e disse que se tratava de uma expressão algébrica e que ela representava uma generalização para a quantidade de alunos, pois não importava saber o número de inscritos que nesta situação, a resposta era a multiplicação por 3. Os alunos mostraram-se ter entendido a tarefa, quando comentaram:

Ah, professor era só isso? por que o senhor não disse antes que era tão fácil? (resposta de wagner)

Para a última alternativa desta questão (d) Se for arrecadado R\$ 240,00, quantos alunos participaram, os alunos não apresentaram dificuldades em justificar que ao contrário do tinham feitos nas perguntas anteriores, agora era para dividir por 3:

80 Professor, é só a gente fazer o contrário e dividir por 3.
(resposta de joaquim)

Como apareceu um novo conceito na tarefa - operação inversa - reforcei que eles e que a operação era justamente o processo de realizar a operação inversa da multiplicação, que é a divisão.

Ao finalizar a tarefa, lembrei o que eles tinham resolvido, se ainda restavam dúvidas. Logo após as discussões, escrevi no outro do quadro a tarefa 2

4.2. TAREFA 2

Já em relação a essa tarefa, alguns alunos já identificaram que na alternativa d também teriam que pensar novamente em encontrar uma expressão algébrica. Para o encaminhamento da aula, cada dupla respondeu a tarefa, cuja intenção era que eles discutissem com seus respectivos pares estratégias de resolução.

Na linha (a), eles teriam que fazer o desenho que representasse a disposição das mesas e seus ocupantes. Não identifiquei neles dificuldades para essa representação.

A solicitação do desenho nesta tarefa sugeria que o aluno construísse uma imagem da situação, pois à medida que a tarefa fosse se desenvolvendo a imagem construída poderia contribuir para uma representação, generalização e por fim a busca de um padrão.

Durante a resolução, os alunos explicavam como desenhavam as mesas, mas começaram a se perguntar se o desenho das mesas iria influenciar na resposta,

porque eles queriam fazer um desenho que melhor representasse uma situação real. A orientação foi que respeitassem a questão de acordo com a relação entre a quantidade de mesas e lugares.

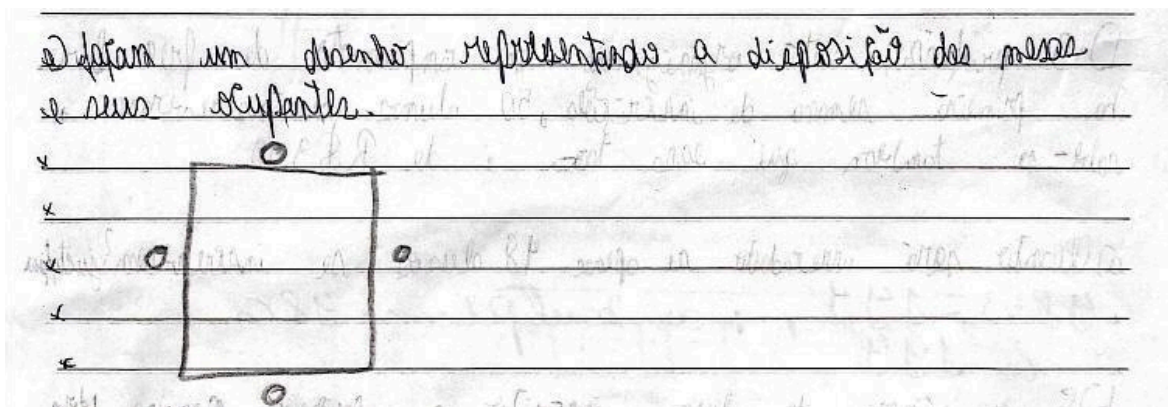


Figura 3: Representação da resolução de Vitória.

b. Desenhe a representação das mesas quando chegarem mais dois estudantes da turma.

Pedi para que os alunos viessem ao quadro e desenhassem. Um dos alunos foi ao quadro e desenhou duas mesas e indicou com pontos os lugares de cada pessoa. Logo, também desenhou três mesas e também indicou seus lugares.

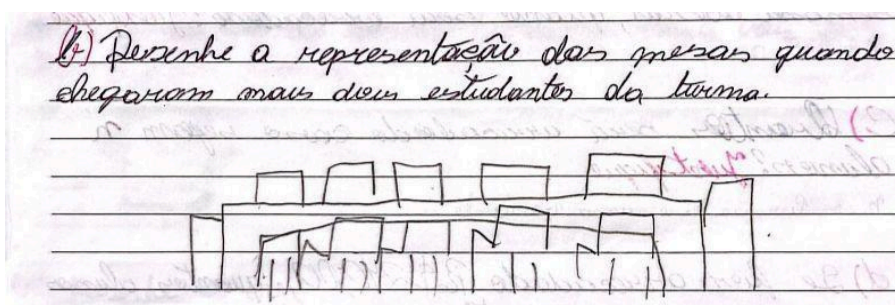


Figura 4: Representação da resolução de Laura.

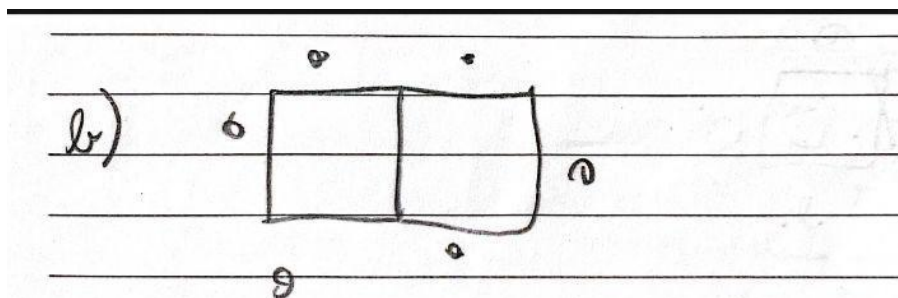


Figura 5: Representação da resolução de Joaquim

Um dos alunos já foi dizendo, em que complementei:

Eu sei o que o senhor vai dizer, mas eu já percebi o padrão disso aí.

Pois é. Você percebeu que cada mesa que a gente tá juntando, tá perdendo dois lugares. Tipo assim os da ponta continuam e só está aumentando de dois em dois. (Diálogo entre aluno e professor).

Notei que outros alunos assentiram com a cabeça, concordando com a fala do colega, quando concordei e perguntei se alguém discorda, mas ninguém se manifestou. A partir dos itens “a” e “b” é possível perceber que os alunos já estavam condicionados a pensar algebricamente pois perceberam que há uma sequência que se forma a cada mesa adicionada. Vale salientar que a tarefa 1 influenciou esse tipo de pensamento. O padrão que é formado pelas mesas é de extrema importância que tenha sido notada pelos alunos pois a partir dele que possibilita conjecturar uma generalização da questão.

c. Se forem colocadas 12 mesas, quantas pessoas podem se sentar, usando a mesma disposição?

Nessa alternativa, os alunos disseram que eram 26 pessoas. Perguntei como chegaram a resposta e todos responderam que desenharam as 12 mesas e foram contando os lugares e chegaram a conclusão sobre a quantidade de pessoas. Mesmo assim perguntei se alguém teria tentado pensar por um caminho que não fosse desenhando as 12 mesas mas disseram que não. Logo fui pra letra d.

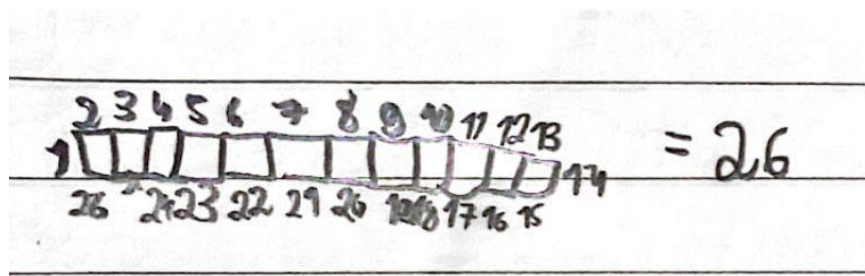


Figura 6: Representação da resolução de Bernardo

d. E se forem colocadas n mesas?

Nesta alternativa tiveram vários palpites em relação à expressão que poderia satisfazer essa situação das mesas. Uma dupla de alunos disse que não conseguiram fazer pois Logo, fui anotando todas expressões que foram mencionando.

A primeira foi por uma dupla que disse $n+2$. Daí, lembrei que essa expressão teria que ser satisfatória para qualquer quantidade de mesas que eu sugerisse. Rápido foi a resposta de uma aluna que afirmou:

Já não dá certo, pois na primeira mesa não temos 3 lugares e sim 4, é só a gente trocar o n pela quantidade de mesas que o senhor quiser, certo professor? (Sugestão do aluno).

Percebi que a partir dessa observação da aluna os outros conseguiram entender melhor sobre a palavra generalizar, pois nos outros palpites seguiram nessa mesma ideia. Daí, uma outra aluna mostrou ter dúvidas quando se referiu a expressão algébrica, indicando que “eu acho que pode ser n vezes 2”, mas os colegas já afirmaram que não dava certo, porque se eles trocassem o n pelo número 1 que representava a quantidade lugares para a primeira mesa, em seguida outro aluno fez outra proposta, e que também sugeri analisar a primeira situação:

Então, eu acho que a expressão pode ser $n+3$.
E na primeira mesa dá certo? (Diálogo professor e aluno).

Quando escrevi essa expressão e verificamos que para a primeira mesa realmente funcionava mas outro aluno já afirmou:

Mas pra segunda não vale porque dá cinco e tem que dar seis para duas mesas. (Resposta de Antônio).

A partir disso, houve um momento que pararam e foram anotando na folha expressões que pudessem satisfazer a questão.

O aluno que respondeu a letra b disse que era uma sequência que começava no número 4 e aumentava de dois em dois já que juntando mais uma mesa só acrescentava-se dois novos lugares. Uma das alunas então disse:

Professor eu achei, é $2n+2$.

E quando escrevi a expressão no quadro e perguntei por que

Todos os números são múltiplos de dois e como vai aumentando 2, por que está juntando mesas, então fica assim, o que vocês acham? (Proposta para discussão do professor).

Daí começaram os testes para $n=1$, $n=2$, $n=3$ e todos correspondiam com a quantidade de lugares disponíveis. Perguntei se daria certo para as 12 mesas mencionadas na letra c, verificaram e disseram que dava certo, como se pode observar no entendimento dos alunos:

Esse não foi tão simples de pensar feito o outro, professor, mas eu entendi. (Resposta de André).

Percebi que os alunos ficaram satisfeitos com a resposta, mas outros comentários surgiram como uma resposta favorável ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos:

Como vou ficar pensando em tantas expressões diferentes para dar certo? (Questão de Eva).

Então intervindo, disse que uma das coisas para que percebessem era padrão que eles pudessem identificar e partir dele se basear para pensar numa expressão algébrica satisfatória.

Diante dessas discussões a respeito do item c, pode-se observar que os alunos compreenderam de certo modo que precisavam pensar em uma expressão que generalizasse a quantidade de mesas e lugares através da linguagem simbólica, porém, o erro no processo de generalização persiste quando supõe expressões que

não satisfazem a sequência correta. Além disso, foi preciso uma intervenção para a verificação de cada expressão descrita. Os alunos demandam um certo tempo para que possam realizar esse tipo de conjectura.

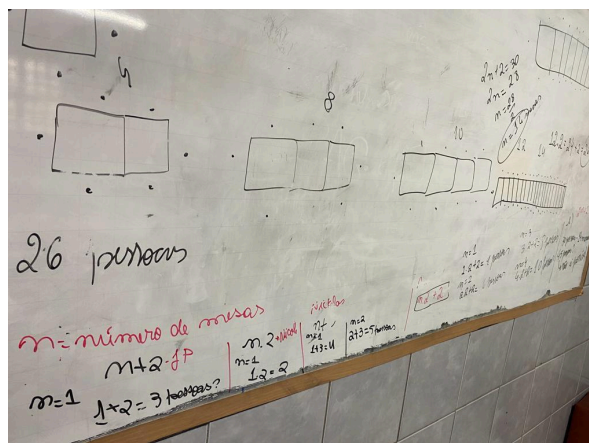


Figura 7: Fragmento das resoluções para discussões com os alunos do item d e. *Quantas mesas seriam necessárias para acomodar 30 pessoas nas mesmas condições? E para acomodar 45 pessoas?*

Para essa resposta, responderam 14 mesas.

Perguntei como chegaram na resposta e disseram que desenharam as mesas até chegar em 30 pessoas.

Em relação às 45 pessoas, alguns alunos desenharam para responder. Uma dupla de alunos disse que não desenharam e que foram na lógica.

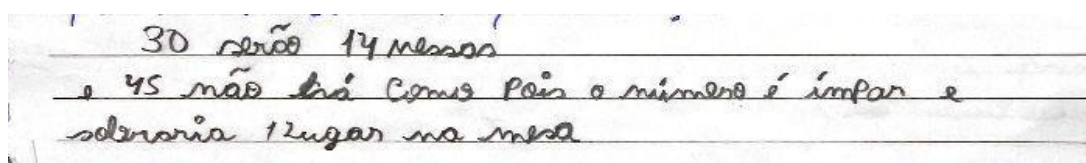


Figura 8: Resolução de Nikolas.

Notei que nesse contexto, o aluno percebeu que a sequência formada pelas mesas e seus ocupantes só eram formados por números pares " $2n+2$ ", o que não foi tão claro para outros alunos que utilizaram o desenho (mesmo não sendo um comando da alternativa) como ferramenta para verificar o item d.

Logo após a socialização, senti uma participação que normalmente não acontece muito nessa turma. Identifiquei que a partir das alternativas propostas da

tarefa, iria aumentando a curiosidade em descobrir a resposta e pensar em caminhos que pudessem ser a resposta correta.

5. Considerações finais

Ao experienciar as realizações das tarefas no ambiente da sala de aula com os alunos do 8º ano de uma escola particular, atentando para o conteúdo de expressões algébricas, a investigação permitiu observar que uma parcela considerável dos 34 alunos mostrou ter dificuldades de apresentar as respostas que favoreciam o desenvolvimento do pensamento algébrico. As alternativas em que exigiam deles operações aritméticas foram facilmente resolvidas. Por outro lado, vejo que se fez necessário uma intervenção externa e profunda a fim de esclarecer com mais detalhes suas aprendizagens do conteúdo proposto.

Compreende-se que as tarefas exploratórias nos permitem contribuir para a valorização da investigação matemática, que por muitas vezes é desvalorizada por parte do corpo escolar. Os alunos para resolverem a tarefa sentiram-se desafiados, porque antes de se apresentar as tarefas propostas os conteúdos relacionados não foram discutidos.

Admite-se que os objetivos iniciais da pesquisa foram alcançados e que visando a importância de compreender quais estratégias foram utilizadas, percebeu-se que esta pesquisa contribui como um direcionamento para as aulas seguintes para compreender o pensamento algébrico, neste caso, de alunos do 8º ano.

Tratando-se ao problema de pesquisa abordado, as estratégias e argumentação dos alunos não eram suficientes

Assim sendo, os resultados obtidos da análise dos dados para esta pesquisa reforçam a importância das tarefas exploratórias, tendo em vista que os alunos demonstram mais interesse neste tipo de abordagem, além de contribuir para a formação de um pensamento investigativo, para além da forma mecânica.

No entanto, é de suma importância dar continuidade ao estudo de tarefas exploratórias presentes em outros campos da matemática para poder incentivar o aluno a outras formas de trabalho com a matemática na sala de aula.

6. REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Angela Maria de Oliveira; SANTOS, Maria de Fátima de Souza. A Teoria das Representações Sociais. In: TORRES, Cláudio Vaz; NEIVA, Elaine Rabelo (Org.). *Psicologia Social: principais temas e vertentes*. Porto Alegre: Artmed, 2011.
- ARAUJO, L.C.G de. *Organização, sistemas e métodos*. São Paulo: Atlas, 2008. Vol. I.
- BALDIN, Yuriko. Desenvolvimento do pensamento algébrico no currículo de escola básica: caso de modelagem pictórica da Matemática de Singapura
- Booth, L. R. (1995). Dificuldades das crianças que iniciam álgebra. In: Coxford, Arthur F.; Shulte, A. P. (Org.). *As Idéias da Álgebra*. São Paulo: Atual, p.23-26.
- BRASIL (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília: MEC/SEF
- BRASIL (2017). *Base Nacional Comum Curricular: ensino fundamental*. **Brasília**: MEC/SEMTEC
- BRUM, L. D.; CURY, H. N. Análise de Erros em soluções de questões de Álgebra: uma pesquisa com alunos do Ensino Fundamental. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática, [S. l.]*, v. 4, n. 1, p. 45–62, 2013. DOI: 10.26843/rencima.v4i1.560. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/560>. Acesso em: 17 set. 2023.
- Delazeri, GR. Groenwald, CLO. (2019). Resolução de Problemas que envolvem o Pensamento Algébrico: um experimento no 9º ano do Ensino Fundamental. *Perspectivas da Educação Matemática*. V. 12, Número 16, 14-37.
- Kaput, J. (1999) *Teaching and Learning a New Algebra with Understanding*. National Centre for Improving Students Learning and Achievement in Mathematics and Science. USA: Dartmouth.
- MIOLA, A. F. S.; FLORES, L. C. DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO: PRODUZINDO SIGNIFICADOS PARA EXPRESSÕES ALGÉBRICAS NO ENSINO FUNDAMENTAL. **Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco**, v. 9, n. 2, p. 82-93, 2020.
- MIORIN, Ângela; MIGUEL, Antonio; FIORENTINI, Dário. *Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo? Pró-posições*, vol. 3, nº 1, Campinas, SP, 1992.
- MOVSHOVITZ-HADAR, N.; ZASLAVSKY, O.; INBAR, S. An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 18, n. 1, p. 3-14, 1987.
- OLIVEIRA, A.T.C.C. Reflexões sobre aprendizagem da álgebra. *Educação Matemática em Revista*. São Paulo, ao 9, nº 12, p. 35-39, jun. 2002.
- PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa, 2005, APM. 11 – 34.
- SANTOS, M. C.; LIMA, P. F. Considerações sobre a Matemática no ensino fundamental. *Anais do I Seminário Nacional: Currículo em Movimento – Perspectivas*

Atuais Belo Horizonte, 2002, 1 – 19
<http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2010-pdf/7166-3-2>.

SAVIOLI, Angela Marta Pereira Dores das. Equações Algébricas nas Práticas Vivenciadas: uma abordagem histórica. Em III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática- Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Anais...Curitiba/BR, p.1-09,2006.

SCHWANTES, V.; SCHWANTES, E. B. F. Uma reflexão sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico discente no ensino fundamental. *Varia Scientia*, [S. l.], v. 4, n. 7, p. p.77–87,2004. Disponível em: <https://e-revista.unioeste.br/index.php/variascientia/article/view/693>. Acesso em: 17 mar. 2023.

SILVA, V. A. Diferentes tipos de problemas no ensino da matemática. I. R. P. M. *Investigação em Resolução de Problema de Matemática*, 2007, 1-19.

SILVA, Daniele Peres da; SAVIOLI, Angela Marta Pereira das Dores. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I. *Revista Eletrônica de Educação*. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.206-222, mai. 2012. Disponível em <http://www.reveduc.ufscar.br>

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P.(Org). *As idéias da álgebra*. São Paulo;Atual 1995.

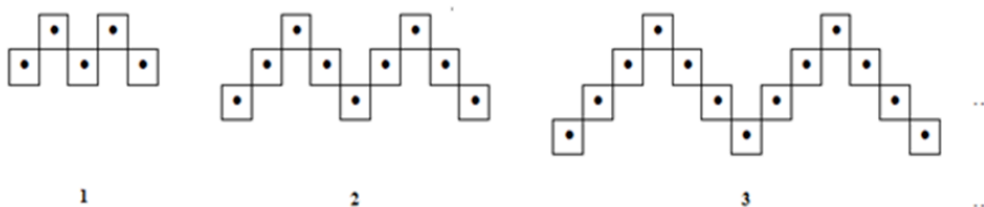
7. ANEXOS

Anexo I - Lista de Tarefas

Pesquisa das tarefas exploratórias

Tarefa 1

I. Recordas-te da tarefa em que estudámos os grupos de aves (e aviões) que voavam em V para poupar energia? Existem outras formas possíveis de voar, com um consumo de energia mais económico. Observa a sequência seguinte, em que cada grupo voa numa formação em W.



Quantos pontos terá a 5.^a figura desta sequência. Explica como pensaste.
Quantos pontos terá a 100.^a figura desta sequência? Apresenta o teu raciocínio.

Tarefa 2

Os três lados de um triângulo têm diferentes comprimentos. O segundo lado tem mais três centímetros que o primeiro lado e o terceiro lado mede o dobro do primeiro lado.

- Como podes representar o perímetro deste triângulo?
- Qual é o perímetro do triângulo se o primeiro lado medir 10 *cm*?
- Se o perímetro for de 31 *cm*, qual a medida de cada um dos lados do triângulo?

Tarefa 3

Observa as seguintes potências de base

$$5^1 = 5$$

$$5^2 = 25$$

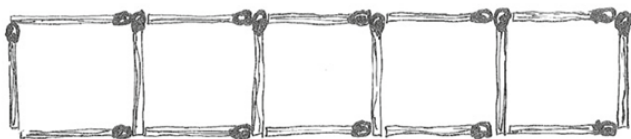
$$5^3 = 125$$

$$5^4 = 625$$

- a) O último algarismo de cada uma destas potências é sempre 5. Será que isso também se verifica para as potências de 5 seguintes?
 b) Investiga o que se passa com as potências de 6.
 c) Investiga também as potências de 9 e as de 7.
 (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999)

Tarefa 4

Usei alguns palitos de fósforos para fazer quadrados conectados lado a lado como mostrado abaixo. De quantos palitos eu precisaria para fazer 8 quadrados? E se houvesse 100?



- a) De quantos palitos eu precisaria para fazer 8 quadrados? E se houvesse 100?
 b) Como você chegou a resposta?
 c) Veja com seus colegas se todos usaram a mesma estratégia de resolução.
 d) Reúna-se com seus colegas e elabore outro desafios com essas características e resolva o desafio que vocês elaboraram.

Anexo II

Plano de aula-Tarefa 1

Tema da aula: Expressões Algébricas.

Habilidade da BNCC:

(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

(EF09MA14) Identificar regularidades em sequências numéricas, representá-las algébrica e geometricamente, e prever termos subsequentes e valores numéricos..

Objetivo: identificar as dificuldades dos alunos ao resolverem tarefas exploratórias de expressões algébricas.

Estratégia e desenvolvimento: Aula investigativa por meio de uma tarefa exploratória. A tarefa será lida e apresentada pelo professor responsável. Um dos alunos será convidado pelo professor para construir a resolução de cada questão, sendo auxiliado pelo professor, caso sinta dificuldade. Caso o aluno solucione o problema, o professor deve sempre questionar como o aluno chegou a tal resposta. Se o aluno não solucionar a questão, o professor pode convidar outro aluno para tentar solucionar, ou, solucionar de maneira explicativa a questão.

OBS: Os alunos resolveram as questões em dupla e depois socializaram as respostas.

Tempo de duração: 30 minutos

Recursos: Quadro branco, piloto, caderno, caneta e lápis.

Tarefa 1

O professor Jean está organizando um campeonato de Free Fire. Na primeira semana se inscreveram 50 alunos, e sabe-se também que a taxa de inscrição é de R\$ 3,00.

- a) quanto será arrecadado se apenas 48 alunos se inscreverem?
 b) Se o número de alunos inscritos na primeira semana dobrar, quanto será arrecadado? Justifique.
 c) quanto será arrecadado caso sejam n alunos? Justifique.
 d) Se for arrecadado R\$ 240,00, quantos alunos participaram? Justifique.

Estrutura:

Encaminhamento	Duração esperada	Atividades dos alunos e possíveis dificuldades	Respostas do professor e aspectos a ter atenção	Objetivos e Avaliação
<ul style="list-style-type: none"> - Introdução da aula - Apresentação da tarefa 1 	5 min	Ler o enunciado, primeiro momento para reconhecer o processo aritmético envolvido.	Após a leitura da questão, perguntar como se solucionar esta questão. Por quais meios podemos solucionar?	Analisar se o aluno possui a compreensão de identificar padrões neste contexto.
Questão A	5 min	Apontar qual operação devemos fazer / Não reconhecer a operação.	O professor pode ler a questão e ajudar o aluno a entender o enunciado .	Perceber a operação aritmética envolvida para chegar a solução.
Questão B	5 min	Multiplicar 50 por 2 e, logo após, encontrar o valor para os 100 inscritos.	Esclarecer dúvidas sobre o algoritmo e indicar outras formas de se	Esclarecer dúvidas sobre o algoritmo e indicar outras formas de se

			resolver a questão.	resolver a questão.
Questão C	5 min	Utilizar a linguagem simbólica com a letra “n” para generalizar a quantidade de inscritos, ou seja, encontrar a expressão “3n”	Explicar a relação entre a linguagem aritmética e algébrica que está envolvida com o uso da letra n.	Perceber que o processo de generalização ser feito utilizando a letra “n”
Questão D	5 min	Dividir 240 por 3; Ou seja, pelo valor da inscrição.	Esclarecer as dúvidas dos alunos e mostrar a divisão como operação inversa na resolução da questão.	Perceber a relação entre a quantidade arrecadada de inscritos com a quantidade de apenas um inscrito.
Discussão coletiva	5 min	Momento propício para verificar a compreensão dos alunos sobre as questões iniciais.	Esclarecer brevemente definições de expressões algébricas no processo de generalização.	Nivelar a turma para prosseguimento da tarefa.

Anexo II

Plano de aula-Tarefa 2

Tema da aula: Expressões Algébricas.

Habilidade da BNCC:

(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

(EF09MA14) Identificar regularidades em sequências numéricas, representá-las algébrica e geometricamente, e prever termos subsequentes e valores numéricos..

Objetivo: Explorar as ideias dos alunos na discussão coletiva para identificar elementos que caracterizam seus pensamentos algébricos ao resolverem tarefas exploratórias.

Estratégia e desenvolvimento: Aula investigativa por meio de uma tarefa exploratória. A tarefa será lida e apresentada pelo professor responsável. Um dos alunos será convidado pelo professor para construir a resolução de cada questão, sendo auxiliado pelo professor, caso sinta dificuldade. Caso o aluno solucione o problema, o professor deve sempre questionar como o aluno chegou a tal resposta. Se o aluno não solucionar a questão, o professor pode convidar outro aluno para tentar solucionar, ou, solucionar de maneira explicativa a questão.

OBS: Os alunos resolveram as questões em dupla e depois socializaram as respostas.

Tempo de duração: 30 minutos

Recursos: Quadro branco, piloto, caderno, caneta e lápis

Tarefa 2

Durante o intervalo entre as aulas, a turma do 8º ano decidiu reunir-se no refeitório para planejar a apresentação da feira de conhecimento. No refeitório só havia mesas de quatro lugares disponíveis e, inicialmente, sentaram-se quatro estudantes em uma mesa com quatro lugares, logo chegaram mais dois estudantes e um deles teve a ideia de juntar outra mesa ao lado da primeira para que os seis pudessem se sentar de maneira que, não sobrava nenhum lugar. Algum tempo depois, outros dois colegas da turma se juntaram ao grupo e juntaram uma nova mesa ao lado das duas anteriores e todos conseguiram se sentar de maneira que não sobrava nenhum lugar:

- Faça um desenho representando a disposição das mesas e seus ocupantes.
- Desenhe a representação das mesas quando chegarem mais dois estudantes da turma.
- Se forem colocadas 12 mesas, quantas pessoas podem se sentar, usando a mesma disposição?
- E se forem colocadas n mesas?
- Quantas mesas seriam necessárias para acomodar 30 pessoas nas mesmas condições? E para acomodar 45 pessoas?

Estrutura:

Encaminhamento	Duração esperada	Atividades dos alunos e possíveis dificuldades	Respostas do professor e aspectos a ter atenção	Objetivos e Avaliação
<ul style="list-style-type: none"> - Introdução da aula - Apresentação da tarefa 2 	5 min	Ler o enunciado, primeiro momento para reconhecer o processo aritmético envolvido.	Após a leitura da questão, perguntar como se solucionar esta questão. Por quais meios podemos solucionar?	Analisar se o aluno possui a compreensão de identificar padrões neste contexto.

Questão A	5 min	Representar por meio de um desenho a disposição das mesas e cadeiras com quatro ocupantes.	O professor pode ler a questão e ajudar o aluno a entender o enunciado.	Compreender a forma como as mesas estão dispostas e desenhá-lo corretamente.
Questão B	4 min	Representar, por meio de um desenho, a disposição de duas mesas e o que acontece com a quantidade de lugares.	O professor pode ler a questão e ajudar o aluno a entender o enunciado.	Compreender a forma como as mesas estão dispostas, com uma mesa adicionada e desenhá-las corretamente.
Questão C	6 min	Utilizar a linguagem simbólica com a letra “n” para generalizar a quantidade de mesas e seus ocupantes, chegando na expressão “ $2n+2$ ”	Explicar a relação entre a linguagem aritmética e algébrica que está envolvida com o uso da letra n.	Perceber o processo de generalização a ser feito utilizando a letra “n”
Questão D	5 min	Utilizar a expressão encontrada anteriormente para verificar a quantidade de lugares que a questão propõe.	Esclarecer as dúvidas dos alunos e mostrar o uso do algoritmo na expressão algébrica.	Perceber a relação entre a linguagem algébrica encontrada com a resposta desejada

Discussão coletiva	5 min	Momento propício para verificar a compreensão dos alunos sobre as questões iniciais.	Esclarecer brevemente definições de expressões algébricas no processo de generalização.	Esclarecer as últimas dúvidas e encerrar a aula.
--------------------	-------	--	---	--