



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
UNIDADE ACADÊMICA DO CABO DE SANTO AGOSTINHO
BACHARELADO EM ENGENHARIA ELETRÔNICA

JOÃO VICTOR DA SILVA

Projeto de marca d'água digital do tipo frágil para nuvens de pontos 3D baseado em
processamento de sinais sobre grafos

Cabo de Santo Agostinho – PE

2023

JOÃO VICTOR DA SILVA

Projeto de marca d'água digital do tipo frágil para nuvens de pontos 3D baseado em processamento de sinais sobre grafos

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Eletrônica da Universidade Federal Rural de Pernambuco.

Área de concentração: Processamento de Sinais.
Orientador: Prof. Felipe Alberto Barbosa Simão Ferreira.

Cabo de Santo Agostinho – PE

2023

RESUMO

As aplicações baseadas em modelos 3D vêm se destacando constantemente devido à sua maior fidelidade e aplicação em objetos do mundo real, para isso, é preciso buscar alternativas mais adequadas para efetuar a obtenção, codificação, representação, visualização e proteção dos dados estudados. Em vista da importância do processamento de sinais para preservar a integridade e autenticidade de nuvens de pontos, surge a necessidade de abordagens avançadas que assegurem a segurança e proteção desses dados. Nesse contexto, surge a pesquisa e o desenvolvimento de um projeto de marca d'água digital baseado em processamento de sinais sobre grafos. Essa abordagem visa não apenas aprimorar a proteção desses dados, mas também identificar quaisquer modificações indesejadas e maliciosas que possam ocorrer. Para tanto, este trabalho apresenta a criação de um método de geração de marca d'água do tipo frágil para nuvens de pontos 3D com o intuito de avaliar tanto a robustez contra ataques quanto a eficácia desse método. Além disso, busca-se implementar uma solução prática que permita a aplicação dessa marca d'água digital diretamente nas nuvens de pontos 3D, com o propósito de preservar sua integridade e autenticidade, protegendo-as contra possíveis modificações indesejadas ou maliciosas. Dessa forma, é realizada revisão da literatura e logo em seguida simulações utilizando bancos de dados de modelos reais, utilizando ferramentas de processamento de sinais sobre grafos (GSP, em inglês *graph signal processing*), aplicando a técnica de transformada de Fourier sobre grafos (GFT, em inglês *graph Fourier transform*). As bases de dados utilizadas para as simulações foram extraídas de diversas fontes de pesquisas, sendo alguns deles: *Oxford RobotCar*, *KITTI*, *NuScenes*, entre outros. As métricas responsáveis por avaliar o desempenho da técnica proposta são: *Peak Signal-to-Noise Ratio* (PSNR), *Root Mean Squared Error* (RMSE) e *Bit Error Ratio* (BER). Diante disso, verifica-se que o método de marca d'água digital proposto apresenta resultados satisfatórios em termos de robustez contra ataques e preservação da qualidade dos dados 3D. Os experimentos demonstraram a viabilidade e a eficiência da implementação da marca d'água digital em nuvens de pontos 3D. Portanto, conclui-se que a utilização de marca d'água digital baseada em processamento de sinais sobre grafos é uma solução promissora para garantir a segurança e a autenticidade de dados 3D em diversas aplicações.

Palavras-chave: marca d'água digital; nuvens de pontos 3D; processamento de sinais sobre grafos; segurança de dados.

ABSTRACT

Applications based on 3D models have been constantly gaining prominence due to their higher fidelity and real-world applicability. To achieve this, it is necessary to seek more suitable alternatives for data acquisition, encoding, representation, visualization, and protection. Given the importance of signal processing in preserving the integrity and authenticity of point clouds, there arises a need for advanced approaches that ensure the security and protection of this data. In this context, research and development of a digital watermarking project based on graph signal processing have emerged. This approach aims not only to enhance the protection of this data but also to identify any unwanted and malicious modifications that may occur. To this end, this work presents the creation of a fragile watermarking method for 3D point clouds with the intention of evaluating both its robustness against attacks and its effectiveness. Furthermore, we seek to implement a practical solution that allows the application of this digital watermark directly to 3D point clouds, with the purpose of preserving their integrity and authenticity, protecting them against possible unwanted or malicious modifications. In this way, a literature review is conducted, followed by simulations using databases of real models, using graph signal processing tools (GSP), applying the graph Fourier transform (GFT) technique. The databases used for the simulations were extracted from various research sources, including Oxford RobotCar, KITTI, NuScenes, among others. The metrics responsible for evaluating the performance of the proposed technique are Peak Signal-to-Noise Ratio (PSNR), Root Mean Squared Error (RMSE), and Bit Error Ratio (BER). As a result, it is observed that the proposed digital watermarking method shows satisfactory results in terms of robustness against attacks and preservation of the quality of 3D data. The experiments have demonstrated the feasibility and efficiency of implementing the digital watermark in 3D point clouds. Therefore, it is concluded that the use of a digital watermark based on graph signal processing is a promising solution to ensure the security and authenticity of 3D data in various applications.

Keywords: digital watermarking; 3D point clouds; graph signal processing; data security.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Sala de estar capturada em nuvens de pontos 3D	9
Figura 2: Nuvem de pontos criada por um sensor Alpha Prime da Velodyne Lidar	10
Figura 3: Modelo de nuvem de pontos 3D	13
Figura 4: Imagem com marca d'água visível	15
Figura 5: Logo de Marca d'água	16
Figura 6: Grafo dos estados do Brasil	17
Figura 7: Grafo para exemplificação	18
Figura 8: Exemplos de sinais sobre (a) um grafo em anel direcionado, (b) um grafo em grade regular não direcionado e (c) um grafo representando cidades do Nordeste brasileiro, sobre o qual foi definido um sinal de medições de temperatura a partir do dia 1 de Fevereiro de 2012, recuperadas do Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa (BDMEP), disponível em: http://www.inmet.gov.br/portal/index.php?r=bdmep/bdmep	19
Figura 9: Coeficientes da GFT calculados	26
Figura 10: Sinal marcado de 20 a 100	28
Figura 11: Grafo com o sinal marcado (à esquerda) e não marcado (à direita)	30
Figura 12: Comparação da Marca inserida e recuperada	32
Figura 13: Nuvens com o sinal sem marca e com marca d'água	33
Figura 14: Diferentes taxas de ruído na nuvem de pontos do modelo caminhão	36
Figura 15: Diferentes taxas de ruído na nuvem de pontos do modelo edifício	38
Figura 16: Diferentes taxas de ruído na nuvem de pontos do modelo escavadeira	39
Figura 17: Diferentes taxas de ruído na nuvem de pontos do modelo árvore	41

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Valores simulados de MSE e RMSE	30
Tabela 4.2: Valores calculados de RMSE e PSNR para comparação de objetos marcados e não marcados	34
Tabela 4.3: Valores de RMSE e PSNR do modelo caminhão de nuvem de pontos após ataque por adição de ruído gaussiano de média zero. O percentual apresentado indica a variância do ruído como um percentual da amplitude máxima das coordenadas do modelo atacado	35
Tabela 4.4: Valores da média da acurácia e do desvio padrão do modelo caminhão	37
Tabela 4.5: Valores de RMSE e PSNR do modelo edifício de nuvem de pontos após ataque por adição de ruído gaussiano de média zero	37
Tabela 4.6: Valores da média da acurácia e do desvio padrão do modelo edifício	38
Tabela 4.7: Valores de RMSE e PSNR do modelo escavadeira de nuvem de pontos após ataque por adição de ruído gaussiano de média zero	39
Tabela 4.8: Valores da média da acurácia e do desvio padrão do modelo escavadeira	40
Tabela 4.9: Valores de RMSE e PSNR do modelo árvore de nuvem de pontos após ataque por adição de ruído gaussiano de média zero	40
Tabela 4.10: Valores da média da acurácia e do desvio padrão do modelo árvore	41

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	7
1.1	Apresentação do problema	7
1.2	Motivação	7
1.2.1	Integridade e autenticidade em nuvens de pontos 3D	9
1.3	Objetivos geral e específicos	11
1.3.1	Objetivo Geral	11
1.3.2	Objetivos Específicos	11
1.4	Organização do trabalho	11
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
2.1	Características das marcas d'águas digitais	14
2.1.1	Avaliando a fragilidade nas marcas d'águas digitais	14
2.1.2	Avaliando a visibilidade das marcas d'águas digitais	15
2.2	Processamento de sinais sobre grafos (GSP)	16
2.2.1	Grafos: Entendendo a teoria	17
2.3	Transformada de Fourier sobre grafos (GFT)	21
3	MATERIAIS E MÉTODOS	22
3.1	Base de dados	22
3.1.1	Base de dados utilizada para modelo real	23
3.2	Ferramentas computacionais utilizadas	23
3.3	Métricas utilizadas	24
3.4	Criação do sinal amostrado sobre grafo	26
3.5	Método proposto	27
3.5.1	Inserção da Marca D'Água no Grafo	27
3.5.2	Extração da Marca D'Água no Grafo	28
4	PROPOSTA E RESULTADOS	30
4.1	Avaliando a inserção da marca d'água do sinal modelo	30
4.2	Avaliando a extração da marca d'água do sinal modelo	31
4.3	Resultados com nuvens de pontos	32
4.3.1	Avaliação de imperceptibilidade	33
4.3.2	Avaliação de robustez	34
5	CONCLUSÃO	43
	REFERÊNCIAS	44

1 INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

O avanço da tecnologia de câmeras no mercado nas últimas décadas foi essencial para o aumento da qualidade e definição de modelos capturados por tais dispositivos (Pereira; Silva; Lafruit, 2018). O modelo mais usual para uma representação da luminosidade corresponde a certas janelas retangulares do mundo real, que seria no âmbito digital comumente chamadas de *frames* (do português, quadros) com modelos eventualmente representados em duas dimensões (bidimensional).

Embora os métodos de representação e aquisição desses modelos 2D estejam em constante avanço, as limitações como: ocultação de objetos, ângulo de visão restritos e até limitações de resolução são bem evidenciadas, afetando a sua fidelidade e aplicação no mundo real (Pereira; Da Silva; Lafruit, 2018). Conseqüentemente, os experimentos em modelos tridimensionais (3D) vêm ganhando maior reconhecimento em diversas áreas de aplicabilidade, necessitando de formas mais apropriadas para realizar a aquisição, codificação, representação, exibição e segurança dos dados. A nuvem de pontos 3D é um tipo de objeto que vem se destacando devido às suas diversas aplicações (Ferreira, Felipe; Lima, J. B, 2020).

Um desafio, no que se refere ao processamento desses objetos, é relacionado à segurança dessas nuvens de pontos nos cenários de verificação de integridade e identificação de modificações maliciosas ou indesejadas (Ferreira, 2020). Isso tem motivado o desenvolvimento de técnicas para realizar a ocultação de dados para garantir a integridade ou autenticidade desses objetos.

1.2 MOTIVAÇÃO

Diversos estudos estão concentrados no conceito de nuvem de pontos 3D, que representa uma coleção de pontos localizados em um espaço tridimensional definido por um sistema de coordenadas específico. Essa representação é frequentemente usada para retratar cenas do mundo real. A estrutura de suporte dessa nuvem de pontos é dita irregular, uma vez que os pontos podem ocupar posições variadas ao longo dos eixos x, y e z que caracterizam o modelo. Isso resulta em uma série de pontos, cada um identificado por três coordenadas (Ferreira, 2020).

Esse tipo de dado é obtido a partir de *scanners* de área ou sensores do tipo *LiDAR* (do inglês, *Light Detection and Ranging*) (Ferreira, 2020), que é um dispositivo que dispara pulsos de laser em todas as direções, e a distância até um determinado ponto é calculada. O cálculo se dá pela diferença de tempo entre o disparo e a detecção dos pulsos refletidos em um determinado ponto de um determinado objeto. Além disso, a informação de cor do ponto também pode ser obtida pela frequência da onda refletida. Um exemplo de aplicação de alto potencial é construir nuvens de pontos 3D usando sensores LiDAR para sistemas de veículos autônomos (Yue *et al.*, 2018). Nesses sistemas, os sensores LiDAR estão localizados em algum lugar do veículo, geralmente na parte superior, para capturar dados de objetos próximos. Parte dos sistemas de carros autônomos são baseados na análise e processamento de objetos de nuvem de pontos 3D para garantir sua segurança na estrada. Esses objetos são usados para modelar a área ao redor do veículo, e é uma das ferramentas que o sistema utiliza para reconhecer objetos ao redor para poder se mover com segurança (Yue *et al.*, 2018).

O fortalecimento da segurança e autenticidade no contexto da "maneira como a transmissão de sinais é abordada ou como o trabalho realizado por alguém é identificado" é assegurado por meio da aplicação de uma técnica clássica de marca d'água digital, cuja aplicabilidade em diversos tipos de mídias, como imagem 2D, áudio e vídeo, é bem estabelecida (Cox *et al.*, 2007). A partir disso, podemos garantir a autenticidade de objetos na lei de proteção a conteúdos e *copyrights* e a sua capacidade de resistir a ataques hostis, nos quais o principal objetivo é destruir a marca d'água sem invalidar o objeto avaliado (Cox *et al.*, 2007).

Esse tipo de aplicação para nuvens de pontos 3D foi pouco explorada e não se tem uma forma clara de metodologia para a avaliação das técnicas de marca d'água, sendo grande parte de trabalhos divulgados abordando apenas o contexto de marca d'água robusta, que são mais indicados para aplicação em proteção de direitos autorais (Cox *et al.*, 2007).

Uma das dificuldades é o domínio irregular em que as nuvens de pontos são definidas, o que sugere a necessidade de adaptação da tecnologia atual com o desenvolvimento de novas estratégias. Outra forma de representar esses objetos é através de sua modelagem em grafos. Cada vértice de um grafo pode ser pensado como um ponto de um objeto 3D, e as arestas refletem a relação entre cada par de pontos, como a distância entre eles. No entanto, as propriedades dos pontos podem ser pensadas como sinais amostrados nestes grafos. Esta alternativa abre a possibilidade de utilização de ferramentas de Processamento de Sinais sobre Grafos (GSP, do inglês *Graph Signal Processing*), que têm sido amplamente utilizadas em cenários de domínio irregular (Stankovic *et al.*, 2019).

Diante da situação descrita anteriormente, é necessário estudar, pesquisar e desenvolver uma nova tecnologia de marca d'água digital em nuvem de pontos 3D, no que se refere ao cenário de verificação da integridade dos dados gerados por sensores *LiDAR* em veículos autônomos, é primordial o desenvolvimento de técnicas classificadas como marcas d'água frágeis/semi-frágeis, por serem mais adequadas para esse tipo de aplicação. Para isso existem diversos trabalhos com aplicações em sistemas reais de veículos autônomos que serão utilizadas como fonte de pesquisa, sendo alguns deles: *Oxford RobotCar* (Maddern, 2016), *KITTI* (Geiger, 2013), *NuScenes* (Caesar, 2019), *WAYMO Open Dataset*, *Sydney Urban Objects Dataset* (Quadros; Underwood; Douillard, 2013), entre outros. Durante a etapa final serão realizadas inserções de marca d'água em aplicações de sistemas reais em nuvens de pontos 3D e ataques para avaliar a robustez dessa marca quanto a segurança da sua aplicabilidade.

1.2.1 Integridade e autenticidade em nuvens de pontos 3D

Em um ambiente cada vez mais orientado por tecnologia, os modelos tridimensionais (3D) em nuvens de pontos se destacam como representações detalhadas de objetos do mundo real (Ferreira; Lima, 2020), diferentemente dos bidimensionais (2D) que são bastante aplicados em fotografias. A garantia da integridade e autenticidade desses dados é essencial em áreas como visão computacional (Mappa, 2021), realidade virtual (Zilliacus, 2016), como por exemplo a experiência de estar dentro de um espaço de simulação em um óculos VR (do inglês, *Virtual Reality*), como pode ser visto no modelo da Figura 1, e em sistemas de veículos autônomos (Changalvala; Malik, 2019).

Figura 1 – Sala de estar capturada em nuvens de pontos 3D



Fonte: Zilliacus, 2016

A obtenção das nuvens de pontos 3D pode ser feita por meio de algumas técnicas, entre elas estão, a fotogrametria, sensoriamento via satélite, *scanners* de área e os sensores ditos *LiDAR* (do inglês, *Light Detection and Ranging*), que são amplamente utilizados em veículos autônomos. Esse tipo de sensor (*LiDAR*), utiliza pulsos de laser para calcular a distância entre o objeto e o veículo, mapeando o ambiente ao redor (Changalvala; Malik, 2019), como pode ser avaliado de acordo com a Figura 2, no qual evidencia uma captura do ambiente a partir de um sensor da Velodyne (Velodyne Lidar, 2021).

Figura 2 – Nuvem de pontos criada por um sensor Alpha Prime da Velodyne Lidar



Fonte: Velodyne Lidar, 2021

Além disso, as escolhas essenciais realizadas pelo veículo, em termos de direção, como aceleração, desaceleração, frenagem e manobras evasivas, estão intrinsecamente ligadas às informações fornecidas pela camada de percepção, criando uma representação instantânea do ambiente com base nos dados capturados pelos sensores, sendo interpretados e direcionados para o controle de movimento, executando as ações necessárias de locomoção (Changalvala; Malik, 2019).

Por outro lado, a maior representação de fidelidade e o crescimento de aplicações baseadas em nuvens de pontos também traz consigo desafios em relação à segurança, integridade dos dados e autenticidade. A possibilidade de manipulações maliciosas ou modificações indesejadas em modelos 3D pode comprometer a precisão das representações e, por consequência, a confiabilidade das decisões e aplicações baseadas nesses modelos.

Isso enfatiza a necessidade de técnicas avançadas e robustas de proteção, como solução, seria a aplicabilidade da marca d'água digital baseada em processamento de sinais sobre grafos, nos dados de um modelo 3D, permitindo detectar modificações não autorizadas e, além disso, manter a integridade dos dados e sua fidelidade à realidade que representam (Cox *et al.*, 2007).

1.3 OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICOS

1.3.1 Objetivo Geral

Desenvolvimento de uma técnica de marca d'água frágil para verificação de integridade em objetos de nuvens de pontos 3D de objetos urbanos, além de avaliar a técnica quanto à fragilidade, testando a capacidade da extração da marca d'água quando determinado objeto marcado for submetido a ataques.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Avaliar o comportamento da transformada de Fourier sobre grafos em uma estrutura de nuvem de pontos 3D;
- Propor uma técnica de marca d'água digital para nuvens de pontos 3D com base na transformada de Fourier sobre grafos;
- Avaliar a técnica proposta quanto à fragilidade, ou seja, capacidade de garantir a integridade do objeto marcado (uma vez que a marca d'água é do tipo frágil) após o objeto marcado ser submetido a ataques (intencionais ou não);
- Avaliar a técnica proposta quanto à imperceptibilidade, isto é, o quanto a inserção da marca d'água degrada a qualidade do objeto marcado com relação ao objeto original.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho segue a seguinte estrutura de organização:

- O capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica no que diz respeito às características das marcas d'águas, avaliando os tipos de fragilidade e visibilidade. Também será abordada a teoria de processamento de sinais sobre grafos (GSP) assim como a definição e importância da transformada de Fourier sobre grafos (GFT) para o presente trabalho;
- O capítulo 3 apresenta a base de dados utilizada, os parâmetros e métricas para cálculos específicos em linguagem de programação (*Python*) para avaliar a

assertividade das técnicas, o formato como foi realizada a criação do sinal amostrado sobre grafo e os métodos propostos para realizar a inserção/extração da marca d'água;

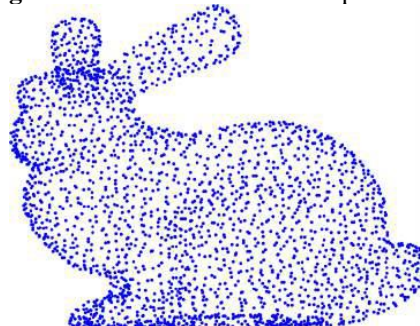
- O capítulo 4 apresenta a técnica proposta, assim como os resultados preliminares e com nuvens de pontos obtidos;
- No capítulo 5, por fim, são apresentadas as conclusões do projeto.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Uma marca d'água digital, segundo a bibliografia do Cox *et al.* (2007), é uma técnica de segurança na qual uma obra é alterada de forma imperceptível para se integrar uma mensagem sobre esta. A técnica é empregada de forma que não seja facilmente detectável aos olhos humanos, mas ainda possa ser identificada por sistemas ou ferramentas específicas. Já a esteganografia, segundo Cox *et al.* (2007), é descrita como a arte da comunicação oculta na qual busca alterar de forma indetectável uma obra, inserindo dados secretos nesta. A principal diferença entre a esteganografia e a marca d'água digital está na finalidade e no modo como os dados são incorporados. Enquanto a esteganografia se concentra em ocultar completamente a presença dos dados secretos dentro de um conteúdo aparentemente inofensivo, a marca d'água digital normalmente tem como objetivo identificar a autoria, autenticidade ou proteção de direitos autorais de um conteúdo.

Tipicamente, a abordagem de marcas d'água digitais torna-se significativa quando aplicada a diversos tipos de dados, incluindo imagens, áudio, vídeo e processamento de sinais em modelos 3D, no qual, a riqueza de detalhes e a complexidade geométrica dos objetos do mundo real podem ser representadas de maneira mais fiel, permitindo aplicações em áreas associadas ao escaneamento terrestre (Cai *et al.*, 2019), à realidade virtual, a simulações médicas (Klyuzhin; Sossi, 2017) e a sistemas de veículos autônomos (Changalvala; Malik, 2019). Aplicações desse tipo, são frequentemente representados por malhas 3D (do inglês, *3D meshes*), sendo mais complexas devido às conexões entre os pontos presentes, resultando em maiores requisitos de transmissão e armazenamento, ou em nuvens de pontos, que não demandam tal complexidade, sendo mais atrativas em custo de memória computacional para manipulação dos dados (Ferreira, 2020), como mostrado no modelo conhecido como *Stanford Bunny* (The Stanford 3D Scanning Repository, 2019) da Figura 3.

Figura 3 – Modelo de nuvem de pontos 3D



Fonte: Ferreira, 2020

2.1 CARACTERÍSTICAS DAS MARCAS D'ÁGUAS DIGITAIS

As buscas e elaborações a respeito da marca d'água digital se devem ao fato de um objetivo comum a ser alcançado, a autenticação de conteúdo e a proteção de direitos autorais, pois, com o advento da internet, a informação chega cada vez mais rapidamente aos celulares ou *desktops* pessoais, o que acarreta em uma preocupação crescente por parte de criadores de conteúdo, que necessitam proteger suas obras (Cox *et al.*, 2007).

Nesse sentido, para proteção de conteúdo, é de fundamental importância que a marca seja robusta contra ataques (modificações), sejam elas intencionais ou não (ataques ditos acidentais, que não advêm por parte de um agente), possibilitando a extração e identificação adequada da marca. O outro ponto seria na verificação de conteúdo, pois a técnica é empregada para determinar se ocorreu qualquer modificação no conteúdo original; em certos cenários, também pode revelar informações sobre a localização exata da alteração no objeto e o tipo de modificação realizada (Ferreira, 2020).

2.1.1 Avaliando a fragilidade nas marcas d'águas digitais

A classificação da marca d'água segundo sua fragilidade, pode ser dada em três aspectos, frágeis, semi-frágeis e robustas (Cox *et al.*, 2007) e são definidas da seguinte maneira:

- **Marcas D'água Frágeis:** São classificadas como frágeis, quando mesmo pequenas alterações ou qualquer modificação no objeto, resultam na invalidação da marca d'água. Um exemplo é o caso em que algumas câmeras digitais fazem a autenticação das suas imagens diretamente do aparelho (Cox *et al.*, 2007) são frequentemente utilizadas onde a detecção de alterações é crucial para identificar a autenticidade e integridade dos dados, como em assinaturas digitais ou autenticação de certos documentos (Nunes, 2008).
- **Marcas D'água Semi-Frágeis:** Já as ditas Semi-Frágeis têm uma maior tolerância à modificações do objeto em comparação com as frágeis, mostrando que elas podem resistir a algumas alterações (pequenas) sem comprometer sua funcionalidade (Cox *et al.*, 2007). Por outro lado, grandes modificações comprometem ou podem comprometer a integridade da marca d'água, apresentando um certo nível de flexibilidade, pois permite que certos tipos de edição sejam realizados sem invalidar completamente a marca;

- **Marcas D'água Robustas:** As ditas robustas são projetadas com o objetivo de resistir a várias transformações e modificações no objeto de estudo sendo permitindo permanecer intactas mesmo quando os dados são sujeitos a intensas transformações e edições (Cox *et al.*, 2007). Esse tipo de marca d'água é comumente usado em aplicações em que se deseja proteger os direitos autorais de conteúdos digitais, como imagens, vídeos ou áudios, e garantir que a marca permaneça detectável independentemente das alterações realizadas, ou seja, num contexto improvável, no qual alguém tente manipular um objeto digital com o intuito de remover a marca d'água (Barni; Bartolini, 2004).

2.1.2 Avaliando a visibilidade das marcas d'águas digitais

Já a classificação da marca d'água segundo sua visibilidade, pode ser dividida em dois aspectos, visíveis e invisíveis para a visão humana (Universidade de Coimbra, 1999), sendo crucial para determinar a forma de interação visual com o público podendo ser definidas da seguinte maneira:

- **Marcas D'água Visíveis:** São classificadas como visíveis, pois são inseridas de forma proposital em alguma mídia original de forma que seja perceptível aos observadores (Universidade de Coimbra, 1999). Elas podem ser textos, logotipos, ícones ou qualquer outra forma de identificação que seja claramente visível na mídia, como exemplificado na Figura 4 e a logomarca inserida como representada na Figura 5. A intenção das marcas d'água visíveis é transmitir uma mensagem de autenticidade ou autoria para os espectadores e normalmente envolve a inserção do logotipo de alguma empresa detentora dos direitos da imagem (Lopes, 2006).

Figura 4 – Imagem com marca d'água visível



Fonte: Universidade de Coimbra (<https://student.dei.uc.pt/~nrsimoes/artigos/mad/tipos.htm> acessado em agosto de 2023)

Figura 5 – Logo de Marca d'água



Fonte: Universidade de Coimbra (<https://student.dei.uc.pt/~nrsimoes/artigos/mad/tipos.htm> acessado em agosto de 2023)

- **Marcas D'água Invisíveis:** Já as ditas invisíveis são inseridas de forma que não sejam perceptíveis aos observadores comuns, ou seja, não afetam a aparência visual da mídia e são projetadas para serem detectadas apenas por meio de *softwares* específicos de verificação (Universidade de Coimbra, 1999) e utilizadas geralmente na proteção de direitos autorais ou rastreamento de uso/modificações indevidas. Inserir uma marca d'água invisível em uma imagem ou sinal, implica na modificação de pixels ou parcelas do sinal, por exemplo, sendo alterados os valores dos bits menos significativos (LSB, do inglês *Least Significant Bit*) (Lopes, 2006), podendo ser realizada tanto no domínio espacial quanto no de frequência e a escolha desse tipo de domínio depende de características de fragilidade vistas anteriormente (frágeis, semi-frágeis e robusta). Por fim, de acordo com Lopes (2006, p. 36), “Para que a presença de uma marca d'água invisível seja detectada em uma imagem, é necessário utilizar um algoritmo de extração de marca d'água”.

2.2 PROCESSAMENTO DE SINAIS SOBRE GRAFOS (GSP)

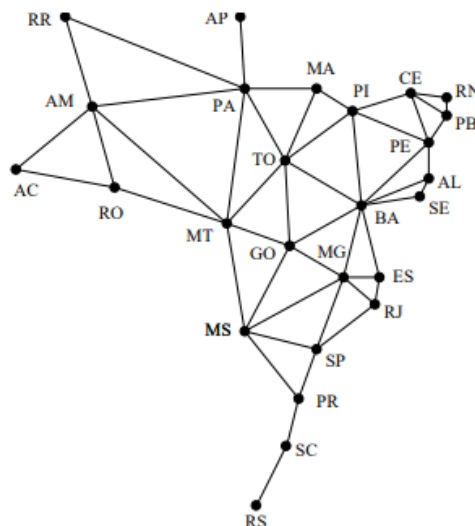
Em contraste com a abordagem tradicional de processamento de sinais em sequências ou grades regulares, o GSP lida com dados definidos em estruturas de grafos, que podem representar relações arbitrárias entre os elementos, estendendo os conceitos tradicionais de processamento de sinais para domínios ditos irregulares e complexos (Lima *et al.*, 2021). Isso permite a análise e manipulação de sinais em contextos onde a topologia é mais flexível, como em redes sociais, sistemas biológicos (Ferreira, 2020) e, nesse caso, nuvens de pontos 3D.

A utilização de grafos na representação de objetos 3D permite a análise e a manipulação eficazes de dados complexos e a aplicação de técnicas de GSP oferece uma perspectiva única na identificação de padrões e características em nuvens de pontos 3D (Ricaud *et al.*, 2019).

2.2.1 Grafos: Entendendo a teoria

No cotidiano, muitas situações podem ser descritas por grupos de pontos que são interligados por linhas que fazem as ligações entre pares desses pontos (Feofiloff; Kohayakawa; Wakabayashi, 2011). Como exemplo, os pontos podem representar estados do Brasil e as linhas que os conectam às rodovias interestaduais, sendo apresentado na Figura 6. A definição desse conceito matematicamente se dá o nome de grafo.

Figura 6 – Grafo dos estados do Brasil



Fonte: Feofiloff; Kohayakawa; Wakabayashi, 2011

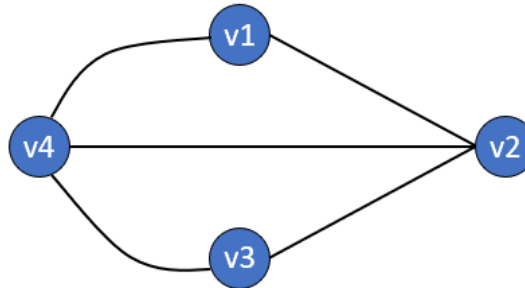
Um grafo $G(V; A)$ consiste em um conjunto finito e não nulo de vértices, V , e A é o conjunto de arestas (ou matriz de adjacência) que conectam pares de vértices (Stankovic *et al.*, 2019).

A relação de adjacência em um grafo descreve a conexão entre os pontos (vértices), ou seja, considerando um grafo no qual o vértice v_i está conectado a um vértice v_j eles são ditos adjacentes quando

$$(v_i, v_j) \in A. \quad (2.1)$$

Um exemplo que se evidencia a teoria dos grafos está presente na figura 7, no qual apresenta um grafo de quatro vértices conectados por arestas.

Figura 7 – Grafo para exemplificação



Fonte: O autor, 2023.

A matriz de adjacência (**A**) descreve a relação de adjacência em um grafo. Baseado no grafo da figura 7, com quatro vértices, a matriz de adjacência será uma matriz quadrada 4×4 , no qual o elemento A é 1 caso exista conexão entre vértices ($\in A$), e 0 caso contrário ($\notin A$) (Stankovic *et al.*, 2019), como evidenciada no exemplo da equação 2.2.

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.2)$$

Já a matriz de graus (**D**), é uma matriz diagonal que contém os graus dos vértices do grafo na diagonal principal. O grau de um vértice indica o número de arestas (conexões) conectadas a ele (Sandryhaila; Moura, 2014), como exemplificada na função 2.3.

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.3)$$

Observa-se que na diagonal principal são apresentados os valores de graus de cada vértice, por exemplo, no vértice indicado como v_4 apresenta 3 conexões já no v_1 2 arestas, como é facilmente observado no grafo exemplo da figura 7.

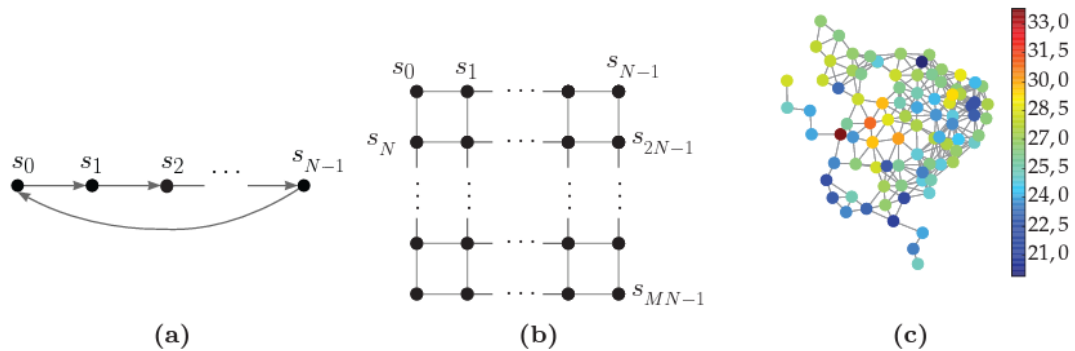
A matriz laplaciana (**L**) é uma matriz derivada da subtração entre a matriz de graus e da matriz de adjacência, sendo restrita a grafos não direcionados (Ferreira, 2020). Sendo representada por

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A}, \quad (2.4)$$

podendo ser visto como um operador que opera em um sinal s , realizando a atualização de cada amostra por meio da diferença entre o valor em um vértice e o valor de seus vértices vizinhos (Ferreira, 2020). Shuman et al. elaboraram essa definição com o propósito de introduzir uma formulação para a transformada de Fourier sobre grafos.

Com relação aos pesos atribuídos às arestas, tem-se a diferença entre grafos ponderados e não ponderados. Em grafos ponderados, cada aresta é associada a um valor numérico (ou pesos), os valores em A_{ij} representam os pesos associados às arestas entre os vértices i e j (Simic, 2022), podendo representar distâncias, custos, intensidades entre outras aplicabilidades. Já os grafos não ponderados, são aqueles simples já definidos anteriormente, não há pesos ou valores associados nas conexões entre as arestas.

Figura 8 – Exemplos de sinais sobre (a) um grafo em anel direcionado, (b) um grafo em grade regular não direcionado e (c) um grafo representando cidades do Nordeste brasileiro, sobre o qual foi definido um sinal de medições de temperatura a partir do dia 1 de Fevereiro de 2012, recuperadas do Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa (BDMEP), disponível em: <http://www.inmet.gov.br/portal/index.php?r=bdmep/bdmep>



Fonte: Lima et al.,2021

Exemplos de sinais sobre grafos são apresentados na Figura 8, no qual apresenta a classificação de acordo com a direção das arestas, sendo a diferença entre direcionados e não direcionados. Os direcionados (conhecido também como digrafo), apresentam arestas com direção específica, o que significa que a relação entre dois vértices é unidirecional, ou seja, na figura 8 item a), é apresentada uma conexão única entre o vértice s_0 e s_1 , indicando essa relação unidirecional.

Por outro lado, existem os não direcionados, comumente utilizado no processamento de imagens (onde cada a vértice representa 1 pixel), nos quais as arestas apresentam uma relação bidirecional, ou seja, na figura 8 item b), caso exista uma aresta entre dois vértices s_0 e s_1 por exemplo, s_0 estará conectado a s_1 assim como s_1 estará a s_0 , apresentando uma interação mútua (JavaTPoint, 2021).

A partir dessas relações, em grafos não direcionados, pode-se realizar uma ponderação de arestas a partir de uma relação gaussiana, mostrada na equação 2.5, em que $\text{dist}(v_i, v_j)$ é a

distância euclidiana entre os pontos v_i e v_j e θ é um parâmetro que pode ser utilizado para controlar a distribuição (Shuman *et al.*, 2013).

$$W_{i,j} = \exp\left(-\frac{[\text{dist}(v_i, v_j)]^2}{2\theta^2}\right). \quad (2.5)$$

A equação 2.5, que diz respeito aos pesos, pode ser melhor compreendida ao examinarmos o exemplo apresentado na Figura 8, item b). Esse exemplo se refere a uma grade regular não direcionada. No contexto dessa grade, os pesos são utilizados para comparar a relação entre os vértices e as arestas. Em geral, quanto maior a distância entre os vértices, menor será o peso atribuído, enquanto que quanto menor a distância entre eles, maior será esse peso. Essa relação é facilmente identificada ao se comparar a relação dos vértices s_0 com s_1 (que estão mais próximos) com o s_0 e s_{N-1} (que estão mais distantes).

Sendo assim, a matriz de adjacência, de acordo com Shuman *et al.*, 2013, passa a ser definida por

$$A_{i,j} = \begin{cases} W_{i,j}, & \text{se } (v_i, v_j) \in A \\ 0, & \text{Caso Contrário} \end{cases}. \quad (2.6)$$

Um sinal \vec{s} em relação a um grafo $G = \{V, A\}$, em que $|V|$ é equivalente a N (quantidade de vértices), caracterizado como uma função discreta que realiza o mapeamento dos elementos do conjunto de vértices (V) em um conjunto de valores escalares (Lima *et al.*, 2021), como sendo

$$\vec{s} : v \rightarrow \mathbb{C} \mid s[v_i] = s_i. \quad (2.7)$$

Assim, o sinal \vec{s} é um vetor dentro do espaço \mathbb{C}^N , cujos índices estão associados aos vértices do grafo G . Uma vez que os elementos de V são ordenados, por exemplo

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}. \quad (2.8)$$

Pode-se definir o sinal \vec{s} , de acordo com Lima *et al.*, 2021, como sendo o vetor

$$\vec{s} = (s_0, s_1, \dots, s_{N-1})^T. \quad (2.9)$$

2.3 TRANSFORMADA DE FOURIER SOBRE GRAFOS (GFT)

A transformada de Fourier sobre grafos (GFT, *Graph Fourier Transform* em inglês) é uma extensão da Transformada de Fourier clássica, que é amplamente utilizada em processamento de sinais para analisar a composição espectral de um sinal no domínio da frequência (Ortega *et al.*, 2018). A GFT permite a representação de sinais em termos das frequências associadas aos vértices do grafo, sendo particularmente útil quando se trata de dados irregulares, como redes complexas ou nuvens de pontos 3D.

A transformada, conforme descrito por Ferreira, 2020, envolve a decomposição de um sinal em relação a uma base composta por autovetores de uma matriz Laplaciana. Essa matriz é sempre real, simétrica e, conseqüentemente, diagonalizável, o que permite reescrevê-la da seguinte forma

$$L = UTU^{-1} \quad (2.10)$$

Nesse contexto, a matriz U abriga os autovetores de L em suas colunas, enquanto a matriz T é uma matriz diagonal que contém os respectivos autovalores da matriz Laplaciana (Sandryhaila; Moura, 2014).

Shuman *et al.* fundamentaram sua abordagem no princípio de que a transformada de Fourier de um sinal contínuo envolve uma decomposição desse sinal em uma base constituída por exponenciais complexas. Essas exponenciais complexas são, por sua vez, autofunções do operador Laplaciano unidimensional, que está relacionado à segunda derivada.

Dessa forma, a GFT de um sinal s , em relação a um grafo não direcionado $G = \{V, A\}$ com matriz Laplaciana (2.10), foi estabelecida como a expansão desse sinal sobre a base formada pelos autovetores da matriz L (Lima *et al.*, 2021), e o par de equações é dado por (Shuman *et al.*, 2013)

$$\tilde{s} \triangleq U^{-1}s \text{ (análise)} \quad s = U\tilde{s} \text{ (síntese)} \quad (2.11)$$

Por outro lado, a transformada inversa de fourier sobre grafos (IGFT, *Inverse Graph Fourier Transform* em inglês) realiza o processo inverso, fazendo a reconstrução do sinal original no domínio do grafo utilizando os coeficientes obtidos pela GFT (Sandryhaila; Moura, 2013).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Como método de desenvolvimento do presente projeto, durante a etapa inicial, foram realizadas consultas de artigos científicos importantes em *sites* como o *IEEEExplore* e a *Science Direct* para acompanhar as novidades da área e realizar um levantamento das principais estratégias utilizadas para inserção de marca d'água digital em objetos 3D. O foco do trabalho é voltado pela metodologia computacional, para se obter resultados de simulações explorando técnicas de processamentos de sinais sobre grafos e métodos matemáticos para comprovação dessas técnicas.

O projeto é dividido em duas etapas. Uma preliminar utilizando modelos com características mais controladas e de simples manuseio. Já na segunda etapa foram utilizados modelos 3D reais de objetos urbanos. Os resultados preliminares obtidos foram baseados em uma técnica de inserção e extração de marca d'água digital em um sinal modelo com tamanho pré-estabelecido. A inserção foi realizada em uma faixa de frequência alta, para aumentar a imperceptibilidade da marca d'água inserida.

Na segunda etapa do projeto, a avaliação foi feita de acordo com sua robustez/fragilidade do método desenvolvido para modelos reais, obtido de uma base de dados. Os modelos foram marcados e acometidos por um ataque que pode ocorrer em um cenário real, adição de ruído gaussiano. Em seguida é realizada a extração da marca d'água, para avaliar o quanto a marca foi afetada pelo ataque.

3.1 BASE DE DADOS

As bases de dados estudadas, para avaliar a motivação da pesquisa realizada, consiste em modelos de nuvens de pontos 3D de objetos urbanos reais capturados por sensores *LiDAR* de sistemas reais de veículos autônomos, alguns exemplos são: *Oxford RobotCar*, *KITTI*, *NuScenes*, *WAYMO Open Dataset*, *Sydney Urban Objects Dataset*, entre outros. Com essas bases de dados é possível avaliar a técnica proposta em objetos reais utilizados em sistemas dessa natureza.

3.1.1 Base de dados utilizada para modelo real

Na etapa final do projeto, foi utilizada a base de dados denominada *Sydney Urban Objects Dataset* (Quadros, A.; Underwood, J.; Douillard, B, 2013). Esta base dispõe de uma variedade de objetos urbanos digitalizados com o auxílio do sensor *LiDAR Velodyne HDL-64E*. Todos os objetos foram coletados nas ruas do distrito comercial central da cidade de Sydney, Austrália. O *dataset* possui 631 varreduras de objetos distribuídos em 26 categorias diferentes como pedestres, sinais de trânsito, árvores, carros, caminhões, bicicletas, vegetação etc. Os objetos foram coletados com o propósito original de prover modelos 3D em condições não ideais de sensoriamento para representar características similares de sistemas práticos de sensoriamento urbano (como os sistemas encontrados em veículos autônomos) com uma grande variação de pontos-de-vista e presença de oclusão.

3.2 FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS UTILIZADAS

A seleção das ferramentas computacionais a serem empregadas em cada técnica é de suma importância ao se utilizar modelos de aprendizado de máquina ou estatísticos, uma vez que a precisão da implementação do modelo é governada por essas ferramentas. A escolha da linguagem de programação *Python*, foi de fundamental importância para a inserção da marca d'água em faixas de alta frequência, com a finalidade de aumentar a imperceptibilidade da marca d'água inserida. Para isso, o auxílio de bibliotecas como a *Pygsp* (Defferard, 2017) que facilita a análise de grafos, cálculo da transformada de Fourier e plotagem de grafos, *Matplotlib.Pyplot* (Hunter, 2007) é amplamente utilizada para a criar gráficos e visualizações de elementos, *Numpy* (Harris, 2020) que fornece suporte para o que são chamados de *arrays* multidimensionais, que são estruturas de dados que armazenam e manipulam conjuntos de valores (Kenzie, 2022), além de uma alta variedade de funções matemáticas que operam nesses *arrays* e o parâmetro *accuracy_score* presente na biblioteca *Sklearn* que basicamente realiza o cálculo da métrica acurácia, no qual representa o quão próximo de um resultado experimental se encontra do valor real de referência (Clearsale, 2022).

3.3 MÉTRICAS UTILIZADAS

Para verificar a imperceptibilidade da técnica proposta e avaliar a precisão dos resultados obtidos por ela, foram calculadas as métricas: MSE (do inglês, *Mean Squared Error*) e RMSE (do inglês, *root mean squared error*), apresentadas nas equações 3.1 e 3.2. No contexto dessas métricas, quanto menor o valor, melhor é o ajuste do modelo aos dados observados. Ou seja, quanto mais próximo o erro for de zero, melhor será a precisão do modelo. As suas variáveis \hat{y}_i e y_i indicam respectivamente um valor predito e o valor real do modelo, já a variável N é a quantidade total de amostras do modelo avaliado.

O MSE é uma métrica usada em problemas de otimização, porque os quadrados das diferenças penalizam fortemente os erros maiores. Assim, valores menores de MSE indicam que o modelo está prevendo com menor erro em relação aos valores reais (Azank, 2020). Sendo representado por

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2. \quad (3.1)$$

Já o RMSE tem a mesma interpretação que o MSE, mas está na mesma unidade da variável alvo, tornando-o mais facilmente compreensível e interpretável (Azank, 2020). E é representado por

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2}. \quad (3.2)$$

No qual, em ambas as formulações, N corresponde a quantidade de dados avaliada, \hat{y}_i valor predito no instante i e y_i o valor real no mesmo instante, isso se avaliando a diferença entre o objeto marcado e o objeto original.

Além disso, para realizar a verificação da integridade da marca extraída, como também a imperceptibilidade dessa técnica, foram utilizadas as métricas PSNR (do inglês, *peak signal-to-noise ratio*), BER (do inglês, *Bit Error Ratio*) ou taxa de erro de bit e a Acurácia, como pode-se ver nas expressões 3.3, 3.4 e 3.5.

A BER trata-se de um dos principais marcadores de qualidade para os canais de telecomunicações. Essa métrica revela a relação entre os bits recebidos incorretamente e o total de bits enviados durante um intervalo específico (BRISKCOM, 2023). Sendo sua relação dada

por

$$BER = \frac{\text{n}^\circ \text{ de bits errados}}{\text{n}^\circ \text{ de bits transmitidos}}. \quad (3.3)$$

A razão sinal-ruído de pico (PSNR) é utilizada para avaliar a relação entre o máximo valor possível de um sinal (potência) e a potência de distorção do ruído que afeta a qualidade da representação de uma imagem ou sinal em relação à sua forma original (National Instruments, 2023). Matematicamente, o PSNR será representado como

$$PSNR = 20 \log_{10} \left(\frac{MAX_P}{\sqrt{MSE}} \right), \quad (3.4)$$

em que a variável MAX_P representa o valor máximo do sinal existente na imagem original. Essa equação é expressa frequentemente em decibéis (dB) e demonstra de forma numérica a qualidade de uma imagem após compressão ou outro tipo de ataque realizado. Além disso, ela infere que quanto maior for o valor de PSNR, mais próxima a imagem distorcida está da imagem original em termos de qualidade.

Já a acurácia mede o quão próximo as previsões ou resultados estão dos valores reais ou desejados. A acurácia é calculada como a razão entre as previsões corretas e o número total de previsões, expressa em porcentagem (Filho, 2023). Sendo seu equacionamento dado por

$$Acurácia = \frac{\text{Previsões Corretas}}{\text{Total de Previsões}} (\%). \quad (3.5)$$

Uma alta acurácia indica que a técnica é capaz de identificar e preservar a integridade da marca d'água com sucesso, enquanto uma acurácia baixa pode sugerir a presença de erros na técnica.

Ademais, para verificar a robustez da marca d'água inserida na nuvem de pontos, foi utilizada a métrica do desvio padrão. Essa ferramenta dá uma ideia de quão dispersos seus valores estão em relação à média da amostra (Rizzo, 2023). A fórmula para calcular o desvio padrão é dada como

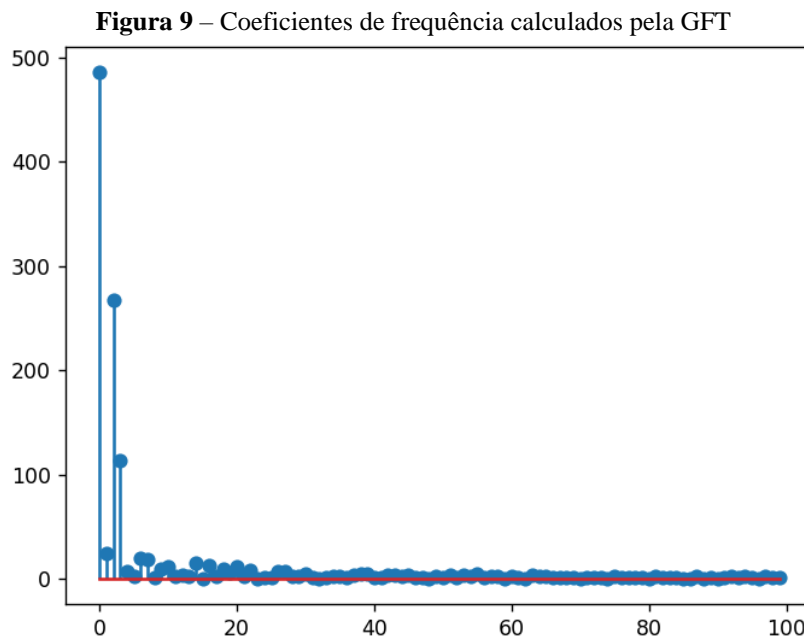
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_i)^2}{N}}. \quad (3.6)$$

As variáveis x_i e \bar{x}_i , representam respectivamente os dados envolvidos e a média aritmética dos dados, além disso, o N representa a quantidade total de dados presentes na amostra avaliada.

O desvio padrão é calculado como sendo a média dos quadrados das diferenças entre cada valor de acurácia do modelo avaliado e a média de cada acurácia dos segmentos da nuvem de pontos.

3.4 CRIAÇÃO DO SINAL AMOSTRADO SOBRE GRAFO

Esse tópico trata da criação do sinal realizada com base em uma quantidade controlada de n de pontos, mais especificamente, foram usados 100 pontos. Para isso, foi realizada a codificação visando associar as amostras do sinal com as coordenadas do grafo, tendo como objetivo de se obter um sinal de forma suave para realizar a inserção da marca d'água nos termos de baixa energia (alta frequência). A partir da GFT, foram calculadas as componentes de frequência apresentadas na Figura 9.



Fonte: O autor, 2023.

Percebe-se, ao avaliar a figura, no qual o eixo x representa os coeficientes de frequência, enquanto que o eixo y indica o nível de energia do sinal, que os primeiros coeficientes do sinal têm uma energia mais alta em comparação com os demais e fazer a inserção da marca d'água nesses coeficientes de baixa frequência certamente geraria uma maior degradação do sinal.

Dessa forma, foi considerada uma faixa de índices de 20 a 100 para realizar a inserção da marca, acarretando assim numa menor degradação do sinal e garantindo a imperceptibilidade.

Antes de inserir a marca d'água, ela precisa ser gerada com o auxílio da biblioteca *Numpy* (Harris, 2020), gerando uma sequência aleatória de zeros (0) e uns (1) do mesmo tamanho do intervalo de valores que será inserido (20 a 100). Desta forma, toda vez que o código é executado essa faixa de valores muda, importando apenas a análise do resultado final.

3.5 MÉTODO PROPOSTO

3.5.1 Inserção da Marca D'Água no Grafo

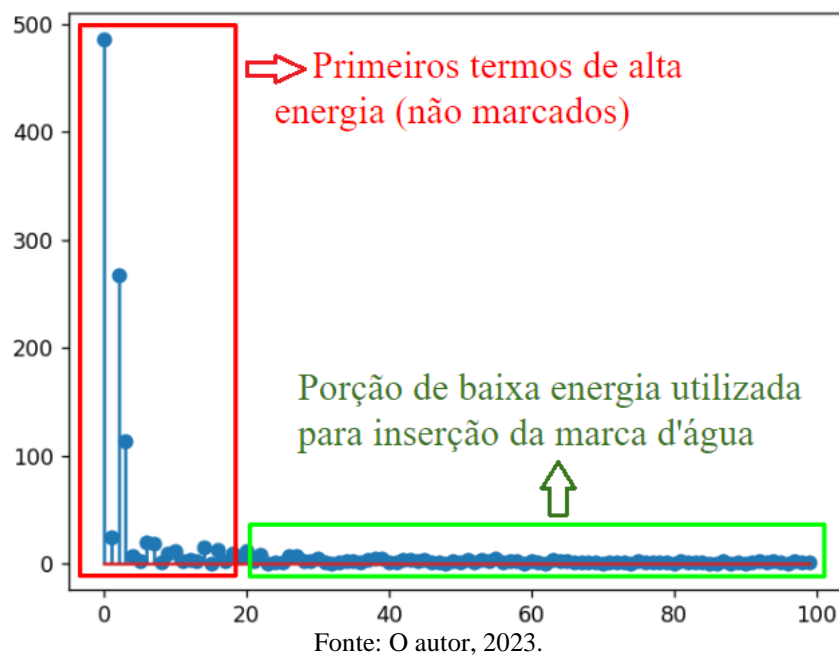
Para o método de inserção, serão considerados “pequenos” agrupamentos de pontos e uma réplica da marca d'água será inserida em cada um desses segmentos (Ferreira; Lima, 2020). As informações de agrupamento produzidas durante o processo de inserção devem ser usadas no processo de extração. O processo de inserção pode ser dividido de acordo com as seguintes etapas (Ferreira, 2020):

1. Os pontos da nuvem são primeiramente ordenados e, em seguida, embaralhados. Essa medida é fundamental para evitar ataques de reordenação e outras transformações similares que poderiam comprometer a integridade dos dados;
2. Em seguida, os pontos são organizados em segmentos. Cada agrupamento forma a base para a inferência de um grafo que representará as relações entre esses pontos;
3. Para cada agrupamento, um grafo é inferido, levando em consideração as distâncias entre os pontos. As arestas resultantes desse processo são importantes para o cálculo da Transformada de Fourier em Grafos (GFT) a seguir;
4. A GFT é calculada para cada grafo, utilizando as informações numéricas das cores dos pontos como sinal no grafo e os bits de marca d'água são então incorporados nos bits menos significativos da GFT, para evitar qualquer interferência com o sinal original estudado;

5. Finalmente, a GFT inversa é calculada e os pontos são reorganizados de acordo com sua ordem original. Este passo garante que os dados da nuvem de pontos voltem à sua configuração inicial, mas agora com a marca d'água inserida.

Sendo assim, para realizar o processo em simulação, os valores obtidos dos coeficientes precisam especificamente estar no mesmo formato que a marca d'água gerada, ou seja, em binário. Dessa maneira, eles foram devidamente truncados, convertidos para o tipo inteiro e em seguida criada uma estrutura de iteração (*loop for*) para definir o sinal marcado da faixa de valores do 20º ao 100º termo, convertendo-os em ponto flutuante para voltar ao formato original. Por fim, foi realizada uma concatenação dos valores marcados com a faixa de valores de alta energia (faixa de 0 ao 19º termo), obtendo assim o seguinte sinal com a marca d'água apresentada na Figura 10.

Figura 10 – Sinal marcado de 20 a 100



3.5.2 Extração da Marca D'Água no Grafo

O processo da extração da marca d'água, presente nesse tópico, é fundamental para a verificação da sua integridade (Cox *et al.*, 2007) e recuperação dos bits inseridos da marca anteriormente, podendo ser dividido de acordo com as seguintes etapas:

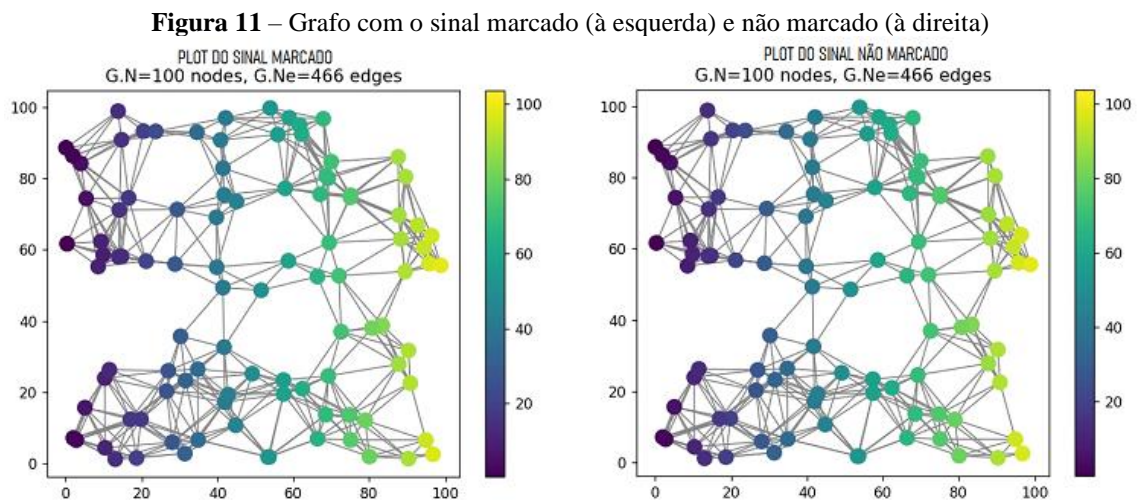
1. Primeiramente, calcula-se novamente a GFT sendo agora do sinal que foi previamente marcado, envolvendo a aplicação da transformada nos coeficientes do sinal que carregam a marca d'água;
2. A seguir, são separados os últimos 80 coeficientes, que representam a parte de baixa energia e alta frequência da GFT, que foram anteriormente marcados;
3. E por último, um passo é realizado para se obter o bit menos significativo da conversão em binária da parte inteira dos coeficientes separados. Esse passo é realizado com o intuito de recuperar a marca d'água inserida.

Tais etapas devem alcançar os mesmos resultados que foram obtidos durante a fase de inserção para garantir a extração adequada dos bits desejados da marca d'água. No caso simulado, espera-se que o processo de extração resulte na recuperação da marca d'água sem erros, especialmente se o objeto não tiver sido modificado desde a inserção da marca.

4 PROPOSTA E RESULTADOS

4.1 AVALIANDO A INSERÇÃO DA MARCA D'ÁGUA DO SINAL MODELO

A forma abordada para avaliar a inserção da marca, foi plotar os grafos de um sinal de teste marcado e não marcado, como apresentado na Figura 11.



Visualmente não se nota diferença entre os dois sinais, para isso, deve-se calcular algumas métricas em que se constatem essa diferença. Utilizamos aqui o valor do erro quadrático médio (MSE) e a raiz do erro quadrático médio (RMSE). O MSE, é corriqueiramente utilizado para identificar a diferença entre dois modelos e por ter um expoente ao quadrado na sua formulação, essa métrica tem uma sensibilidade alta para valores que se diferem demais (Medium, 2020). Já o RMSE é usado em concordância com o MSE, retornando o erro que seria a unidade de medida do modelo. Foram obtidos em simulação os resultados apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Valores simulados de MSE e RMSE

MSE	RMSE
0,41	0,64

Fonte: O autor, 2023.

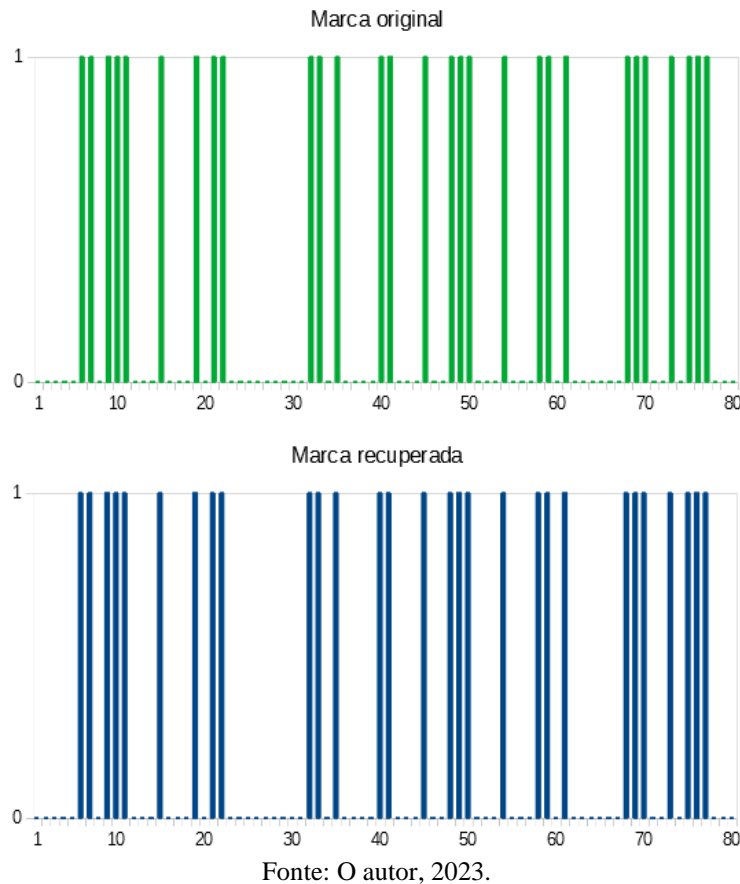
O MSE e o RMSE indicam o quão bem o modelo se ajusta aos dados, com valores menores representando um ajuste mais preciso, ou seja, quanto menor o MSE ou o RMSE, melhor o modelo está fazendo um trabalho em prever os valores reais. Sendo assim, foi constatado que a inserção dessa marca foi satisfatória, pois o valor das métricas é pequeno, indicando alto grau de imperceptibilidade da marca no objeto.

4.2 AVALIANDO A EXTRAÇÃO DA MARCA D'ÁGUA DO SINAL MODELO

A partir do processo de inserção avaliado anteriormente, foi realizado o processo da extração da marca para verificar a sua integridade, de acordo com os seguintes passos:

1. Cálculo da transformada de fourier sobre grafos (GFT) do sinal marcado;
2. Separação dos 80 últimos coeficientes, que seria a parte de alta energia do sinal marcado;
3. Por fim, realização de uma iteração para se obter o bit menos significativo (LSB) da conversão em binário da parte inteira, obtendo assim, a marca d'água inserida.

O que se espera nesse tópico é que a marca d'água obtida da extração seja semelhante a inserida, no sentido de que você consegue recuperar a marca d'água sem erros caso o objeto não tenha sido modificado, e foi justamente o que aconteceu nesse caso, como se pode avaliar na Figura 12.

Figura 12 – Comparação da Marca inserida e recuperada

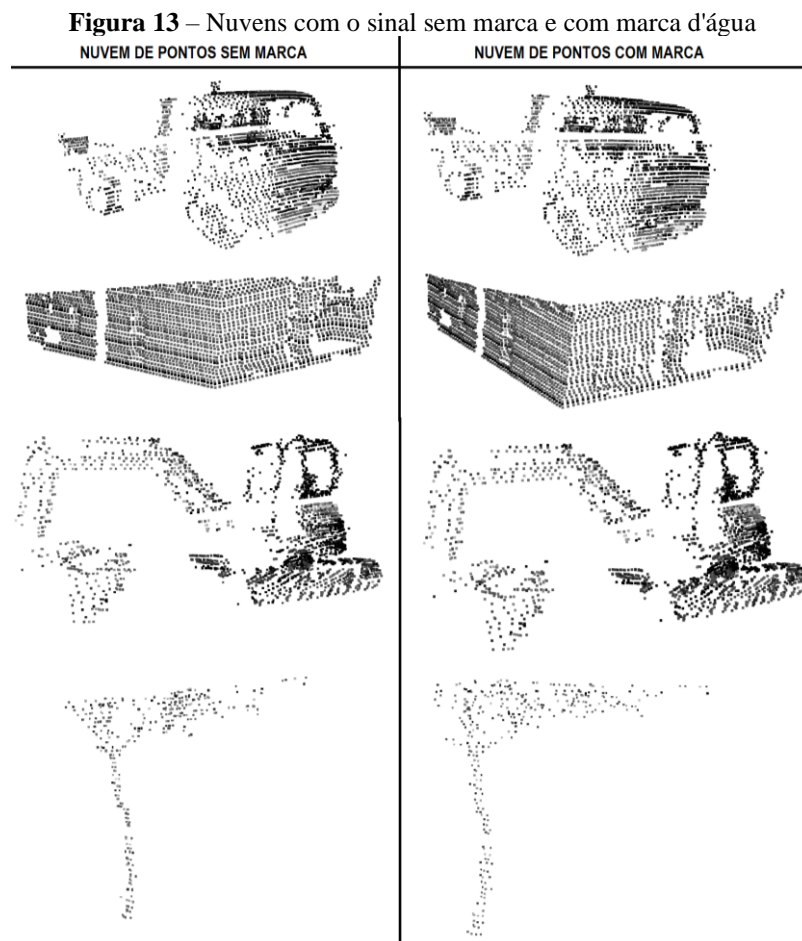
Por fim, foi realizado o cálculo da taxa de erro de bit (BER). Esta métrica basicamente vai informar o percentual de erros comparativo entre a marca d'água inserida e a recuperada, comprovando a integridade da marca d'água. Ou seja, caso $BER = 1$, significa que todos os bits estão errados e $BER = 0$ significa que todos os bits estão corretos. Foi criada na codificação uma análise comparativa bit a bit, a partir de uma iteração, visando obter essa métrica, chegando no resultado esperado de $BER = 0$. Sendo assim, pode-se comparar com mais propriedade o que foi constatado anteriormente, a marca d'água manteve sua integridade e foi retirada a mesma sem sofrer alterações no fim da simulação.

4.3 RESULTADOS COM NUVENS DE PONTOS

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos através da aplicação do método proposto em modelos de nuvens de pontos provenientes da base de dados *Sydney Urban Objects Dataset*. É relevante ressaltar que, nos modelos reais, o sinal empregado consistiu das coordenadas dos pontos, essa escolha destaca-se ao contrapormos com os modelos sintéticos, no qual um sinal de cor arbitrária foi utilizado.

4.3.1 Avaliação de imperceptibilidade

Primeiramente, foram plotadas as nuvens de pontos do sinal marcado e não marcado, para avaliar a inserção da marca d'água em alguns modelos que foram utilizados no presente trabalho, apresentado na Figura 13. A marca d'água é inserida nas coordenadas das próprias nuvens de pontos dos modelos utilizados.



Fonte: O autor, 2023.

Percebe-se que a diferença visual entre as nuvens não é perceptível a olho nu. Para identificar algum tipo de anormalidade, é preciso calcular algumas métricas para mensurar essa diferença. Utiliza-se aqui o valor de RMSE e PSNR. O RMSE foi explicado em tópicos anteriores, tendo como alta sensibilidade para valores que diferem demais. Já o PSNR é utilizado para definir uma relação entre a energia máxima de um sinal e um ruído aplicado, modificando sua representação real (National Instruments, 2023). O PSNR normalmente se expressa em escala logarítmica tendo como unidade o decibel (dB). Nesse primeiro momento, será dada atenção apenas aos modelos 3D sinal sem uma aplicação de ruído, apresentando uma

comparação entre o modelo original (sem marca) e o modelo marcado para demonstrar o caso. Foram obtidos em simulação os valores apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Valores calculados de RMSE e PSNR para comparação de objetos marcados e não marcados.

Modelo	RMSE	PSNR (dB)
Caminhão	0,394	56,210
Edifício	0,396	56,169
Escavadeira	0,400	56,069
Árvore	0,388	56,339

Fonte: O autor, 2023.

Conforme descrito anteriormente, o RMSE vai fornecer o grau de imperceptibilidade da marca d'água inserida no modelo. Isto é, o quanto a marca d'água vai afetar a nuvem de pontos na qual é inserida. Dessa forma, a partir dos valores obtidos, pode-se constatar que foi uma inserção satisfatória, pois o valor de RMSE é baixo (próximo de zero). Pois em uma escala, de coordenadas dos modelos avaliados, por apresentar uma quantidade elevada de pontos na faixa de 1500 a 2500 pontos um erro médio entre 0 e 0,5 é considerado um valor baixo, indicando um bom grau de imperceptibilidade da marca na nuvem. Já o PSNR é relativamente alto, indicando que o objeto teve níveis insignificantes de degradação pela marca d'água.

4.3.2 Avaliação de robustez

Nesse tópico, é avaliada a robustez (ou fragilidade) da marca d'água, tendo como principal objetivo produzir uma marca d'água do tipo frágil. O objeto marcado é acometido com um ataque e em seguida a marca é extraída. No presente trabalho a nuvem de pontos sofreu ataque de adição de ruído gaussiano branco aditivo (AWGN, do inglês *signal-to-noise-ratio*). O ataque é realizado adicionando um sinal aleatório às coordenadas do modelo de nuvem de pontos. A deformação no modelo provocada pelo ataque deve também afetar a extração da marca.

O processo se inicia a partir do momento que se divide a nuvem de pontos em segmentos, no qual serão aplicadas a marca em cada um desses individualmente, para identificação mais precisa da modificação do modelo. Em seguida, a aplicação do ruído se dá de forma iterativa, com a criação de um laço de repetição para realizar essa inserção. Foi

convencionado que a inserção do ruído seria no 1º segmento, que foi devidamente destacado de vermelho para mostrar de forma mais clara o segmento atacado, e a variância do ruído seria proporcional (um percentual) a amplitude máxima das coordenadas do modelo. Inicialmente os testes foram realizados com baixa variância, e em seguida os valores foram aumentados para identificar a sensibilidade desse método de identificação.

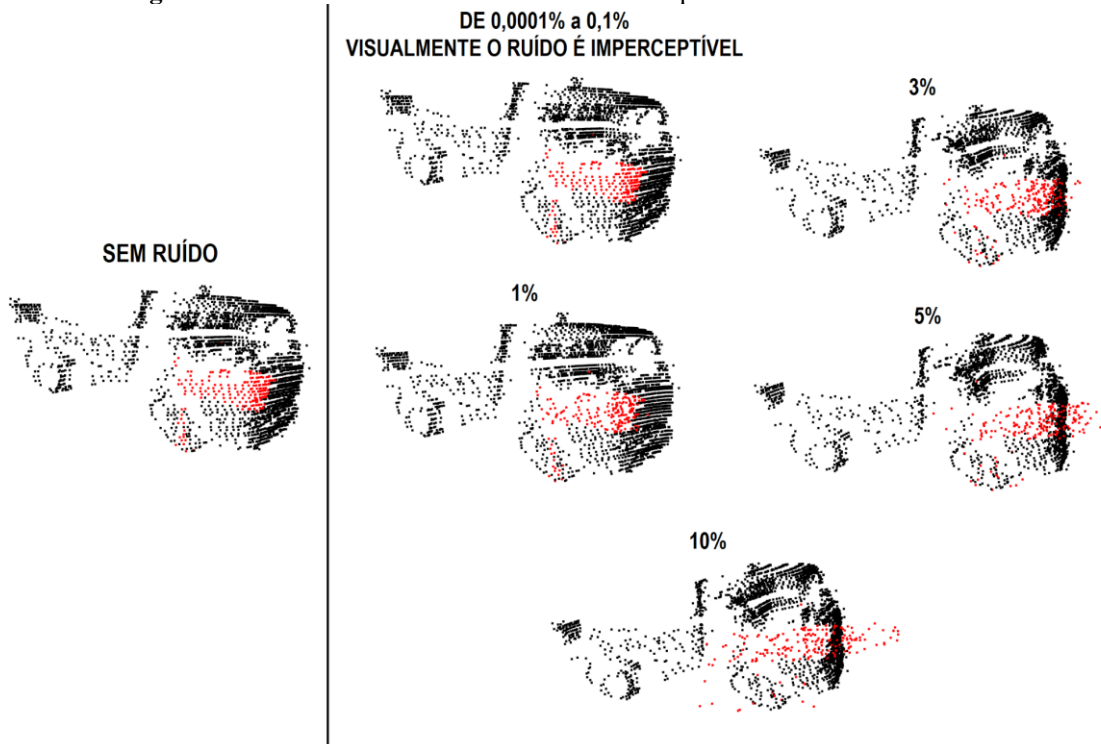
Na Tabela 4.3 são apresentados os valores de RMSE e PSNR do modelo avaliado após o ataque. Pode-se notar que à medida que a variância do ruído aumenta, o valor de RMSE aumenta e o valor de PSNR diminui, indicando a degradação do modelo 3D atacado. Também é possível visualizar o efeito do ruído aplicado, na Figura 14, devido a região marcada de vermelho. Observa-se que nas imagens, o ruído foi aplicado na coordenada horizontal do modelo, resultando em uma deformação que dispersa os pontos horizontalmente.

Tabela 4.3 – Valores de RMSE e PSNR do modelo caminhão de nuvem de pontos após ataque por adição de ruído gaussiano de média zero. O percentual apresentado indica a variância do ruído como um percentual da amplitude máxima das coordenadas do modelo atacado

Variância do ruído (%)	RMSE	PSNR (dB)
0,0001%	0,399	56,098
0,00011%	0,396	56,186
0,00012%	0,397	56,161
0,001%	0,392	56,261
0,01%	0,394	56,211
0,1%	0,401	56,072
1%	0,895	49,098
3%	2,169	41,407
5%	3,773	36,597
10%	8,057	30,007

Fonte: O autor, 2023.

Figura 14 – Diferentes taxas de ruído na nuvem de pontos do modelo caminhão



Fonte: O autor, 2023.

A partir do processo anterior, deve-se avaliar agora a extração da marca d'água, para verificar a integridade do modelo e o quanto a marca d'água foi afetada pelo ataque realizado. O cenário abordado considera que o interesse é garantir a integridade do modelo de nuvem de pontos, ou seja, mesmo uma “leve” deformação no objeto deve ser suficiente para identificar que não é mais íntegro e encontra-se modificado. Dessa forma, o que se espera nesse passo é extrair a marca d'água do mesmo tamanho que a anterior, porém, com alguma modificação mesmo quando o ruído inserido é de baixa variância.

Para isso foram realizadas 100 simulações para cada percentual de ruído, devido a aleatoriedade da geração da marca d'água, e foi calculada a acurácia média da marca d'água extraída. Sendo essa utilizada para saber o quanto a extração da marca é precisa, caso haja algum tipo de ataque, a porcentagem dessa métrica deve ser menor que 100%. Já o desvio padrão será calculado a partir da média da acurácia, se for baixo, isso sugere que os resultados são consistentes e previsíveis. Por outro lado, se o desvio padrão for alto, isso pode indicar uma variação significativa nas acurácias dos experimentos (Rizzo, 2023).

Na Tabela 4.4 são apresentados os referidos resultados. Note que mesmo com ruídos gaussianos de baixa amplitude, que provocam uma deformação visual imperceptível, a técnica ainda é capaz de identificar um modelo que não é íntegro devido ao valor de acurácia abaixo de 1.

Tabela 4.4 – Valores da média da acurácia e do desvio padrão do modelo caminhão

Variância do ruído (%)	Média da acurácia	Desvio padrão
0,0001%	0,9996	0,00136
0,00011%	0,9999	0,00085
0,00012%	0,9995	0,00150
0,001%	0,9968	0,00397
0,01%	0,9633	0,01279
0,1%	0,6286	0,03824
1%	0,4951	0,03444
3%	0,4916	0,03148
5%	0,4888	0,03707
10%	0,4050	0,03512

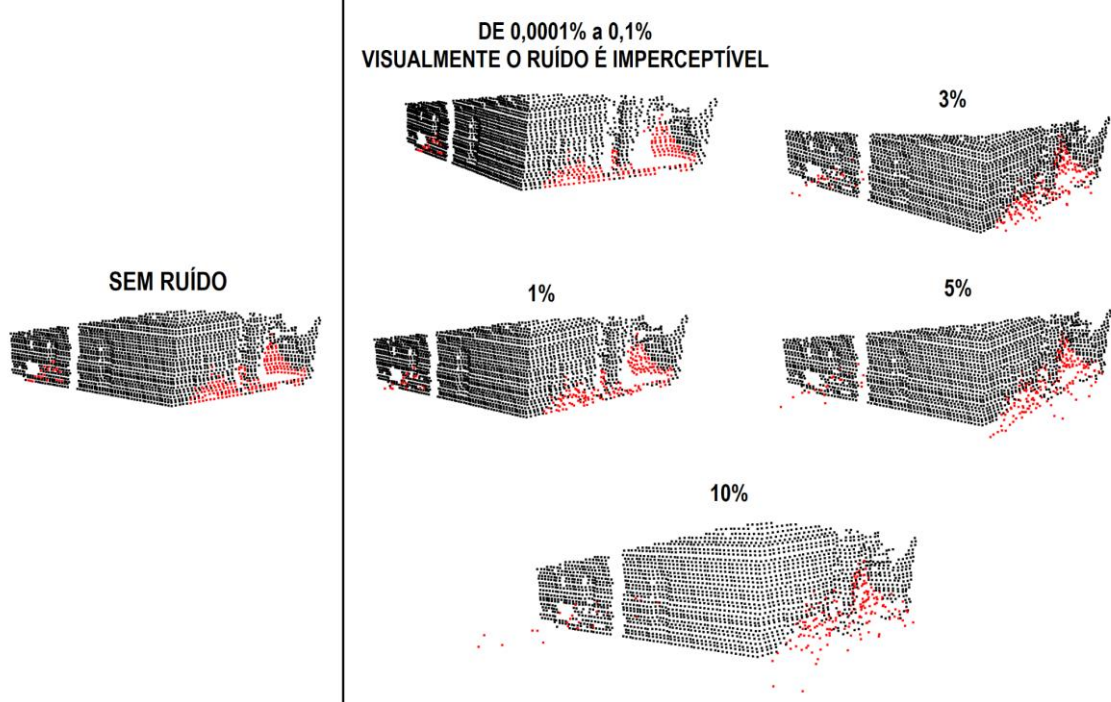
Fonte: O autor, 2023.

O mesmo método de avaliação proposto anteriormente para averiguar a robustez será repetido para os outros três modelos comentados, como visto a seguir.

Tabela 4.5 – Valores de RMSE e PSNR do modelo edifício de nuvem de pontos após ataque por adição de ruído gaussiano de média zero.

Variância do ruído (%)	RMSE	PSNR (dB)
0,0001%	0,396	56,173
0,00011%	0,404	56,000
0,00012%	0,402	56,031
0,001%	0,405	55,985
0,01%	0,406	55,947
0,1%	0,630	52,130
1%	4,610	34,855
3%	12,539	26,185
5%	22,192	36,597
10%	47,806	30,007

Fonte: O autor, 2023.

Figura 15 – Diferentes taxas de ruído na nuvem de pontos do modelo edifício

Fonte: O autor, 2023.

Tabela 4.6 – Valores da média da acurácia e do desvio padrão do modelo edifício

Variância do ruído (%)	Média da acurácia	Desvio padrão
0,0001%	0,9998	0,00192
0,00011%	0,9994	0,00578
0,00012%	0,9990	0,00963
0,001%	0,9651	0,03363
0,01%	0,8892	0,10676
0,1%	0,5150	0,46735
1%	0,5051	0,47689
3%	0,5001	0,48172
5%	0,4988	0,48296
10%	0,4887	0,49270

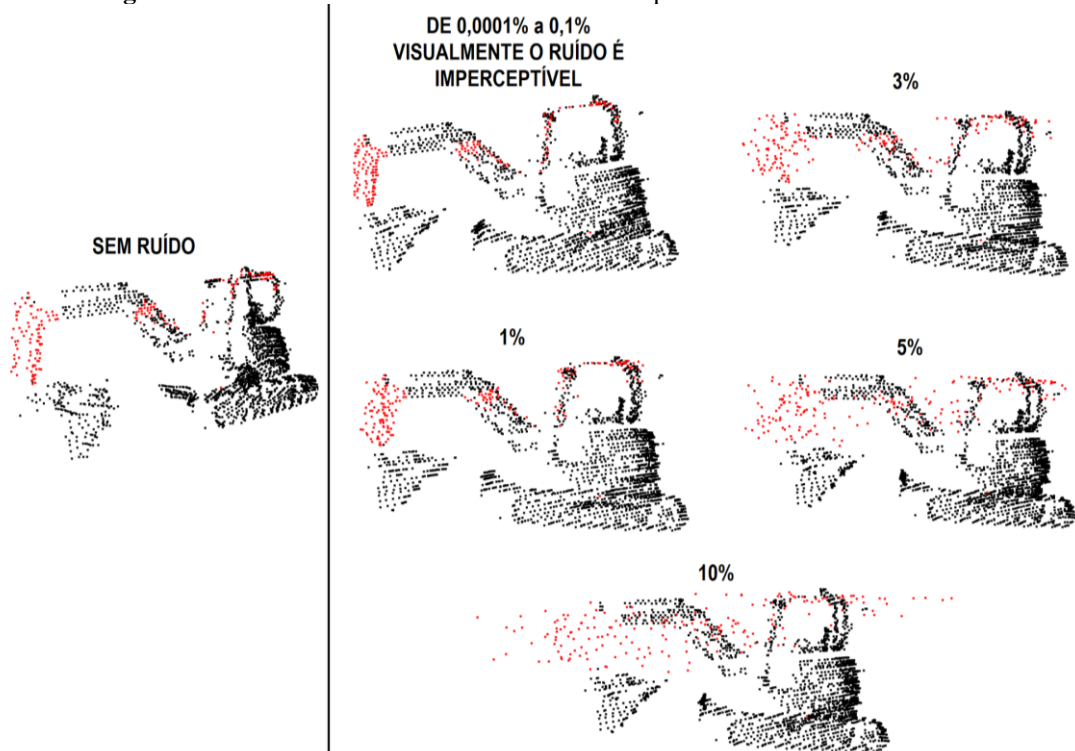
Fonte: O autor, 2023.

Tabela 4.7 – Valores de RMSE e PSNR do modelo escavadeira de nuvem de pontos após ataque por adição de ruído gaussiano de média zero.

Variância do ruído (%)	RMSE	PSNR (dB)
0,0001%	0,400	56,076
0,00011%	0,397	56,134
0,00012%	0,399	56,094
0,001%	0,397	56,148
0,01%	0,396	56,167
0,1%	0,427	55,510
1%	1,574	44,190
3%	4,283	35,495
5%	7,501	30,628
10%	13,946	25,241

Fonte: O autor, 2023.

Figura 16 – Diferentes taxas de ruído na nuvem de pontos do modelo escavadeira



Fonte: O autor, 2023.

Tabela 4.8 – Valores da média da acurácia e do desvio padrão do modelo escavadeira

Variância do ruído (%)	Média da acurácia	Desvio padrão
0,0001%	0,9999	0,00095
0,00011%	0,9999	0,00095
0,00012%	0,9998	0,00019
0,001%	0,9950	0,00476
0,01%	0,9350	0,06197
0,1%	0,5534	0,42581
1%	0,5052	0,47177
3%	0,4859	0,49017
5%	0,4996	0,47711
10%	0,5150	0,46242

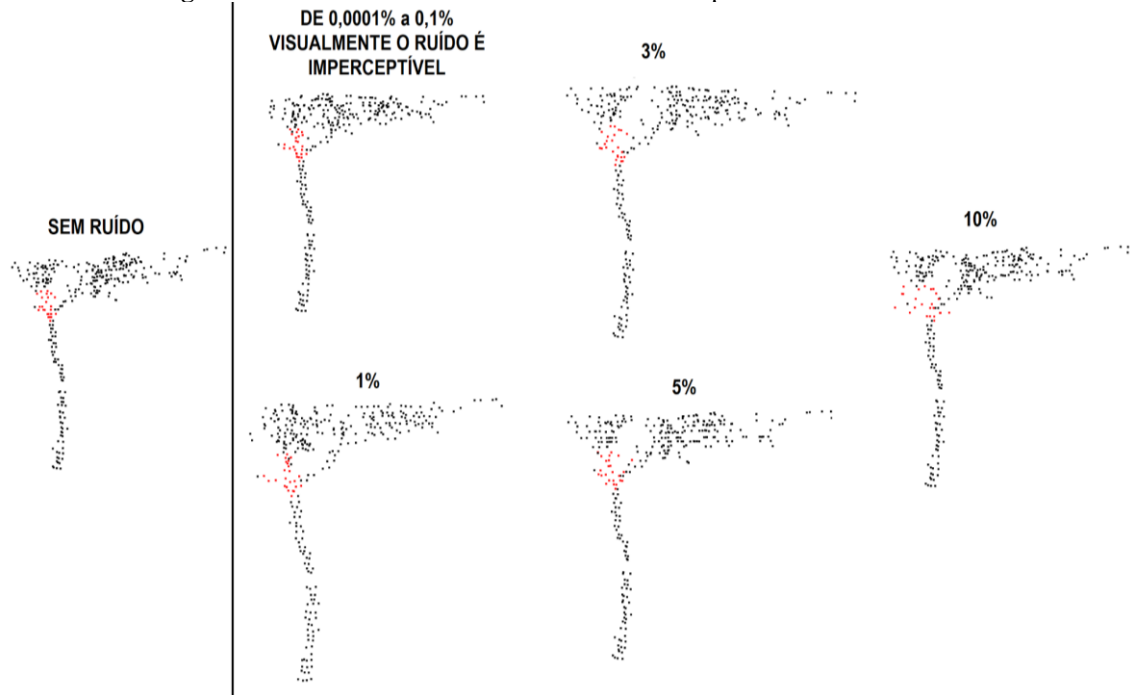
Fonte: O autor, 2023.

Para avaliar a robustez do modelo 3D da árvore, que apresenta uma menor quantidade de pontos na nuvem, optou-se por restringir o valor da divisão de segmentos. Nesse contexto, foi selecionado um total de 25 pontos por subgrupo, em contraste com os 200 pontos utilizados pelos outros três modelos.

Tabela 4.9 – Valores de RMSE e PSNR do modelo árvore de nuvem de pontos após ataque por adição de ruído gaussiano de média zero

Variância do ruído (%)	RMSE	PSNR (dB)
0,0001%	0,3966	56,163
0,00011%	0,3992	56,106
0,00012%	0,4044	55,994
0,001%	0,3859	56,399
0,01%	0,3861	56,395
0,1%	0,4134	55,803
1%	0,4416	55,229
3%	0,7966	50,105
5%	1,4402	44,962
10%	2,6984	39,508

Fonte: O autor, 2023.

Figura 17 – Diferentes taxas de ruído na nuvem de pontos do modelo árvore

Fonte: O autor, 2023.

Tabela 4.10 – Valores da média da acurácia e do desvio padrão do modelo árvore

Variância do ruído (%)	Média da acurácia	Desvio padrão
0,0001%	0,9999	0,00009
0,00011%	0,9999	0,00009
0,00012%	0,9998	0,00019
0,001%	0,9697	0,02901
0,01%	0,9299	0,06711
0,1%	0,7677	0,22241
1%	0,5255	0,45429
3%	0,5224	0,45726
5%	0,5215	0,45812
10%	0,5634	0,41801

Fonte: O autor, 2023.

Pode-se inferir que quando o nível de ruído aumenta, a marca d'água é progressivamente eliminada. Isso é evidenciado pela faixa de 1% a 10% de ruído, onde a acurácia se mantém em torno de 50%. Essa situação sugere que os resultados seriam similares ao que se obteria ao fazer

uma escolha aleatória entre sequências binárias, visto que a marca d'água é composta exclusivamente por bits 0 e 1.

5 CONCLUSÃO

Este projeto propõe uma técnica de marca d'água frágil que se baseia na transformada de Fourier sobre grafos para modelos de nuvens de pontos 3D de sistemas de veículos autônomos. O objetivo é garantir a integridade dos modelos usados por esses sistemas, contribuindo para sua operação segura e confiável. O método insere a marca d'água no bit menos significativo dos coeficientes de frequência da transformada de Fourier sobre grafos para obter a característica de fragilidade.

Com base em aplicações de técnicas de programação computacional, este trabalho fez uso do banco de dados *Sydney Urban Objects*, que contempla diferentes elementos urbanos em formato de nuvens de pontos 3D, o que enriqueceu a análise e validação da técnica proposta em diferentes contextos, sendo eles de imperceptibilidade e robustez. Constatou-se, a partir dos valores obtidos, que a inserção da marca demonstrou uma imperceptibilidade notável. Por exemplo, o modelo 3D do caminhão apresentou um RMSE de 0,394, indicando que a marcação não causou distorções visíveis na nuvem de pontos. Além disso, o PSNR foi de aproximadamente 56,2 dB, reforçando a conclusão de que a degradação do objeto devido à marca d'água é insignificante.

Quanto a robustez, a técnica foi avaliada a partir de um ataque de ruído gaussiano, observando que à medida que a variância do ruído aumenta (faixa de 0,0001% a 10%), os valores de RMSE aumentam e os valores de PSNR diminuem. Esse comportamento denota a deterioração gradual do modelo 3D atacado, ou seja, mesmo quando a deformação visual provocada pelo ruído é imperceptível ao olho humano, a técnica de marca d'água frágil ainda consegue identificar um modelo modificado mesmo quando a deformação provocada pelo ataque é de baixa intensidade, como indicado pelo valor de acurácia abaixo de 1.

Além dos resultados e conclusões apresentados, este projeto abre caminho para possíveis pesquisas futuras. Uma direção interessante seria a análise da técnica proposta em mais possibilidades de ataques, incluindo reordenação de pontos, subamostragem, recorte, inserção de pontos, rotação, escalonamento e outros cenários de manipulação maliciosa.

Além disso, uma extensão promissora deste trabalho poderia envolver a implementação prática do algoritmo de marca d'água em um módulo de visualização de veículos autônomos. Isso permitiria testar e validar a aplicabilidade da técnica em um ambiente mais próximo de sua utilização real, contribuindo para a segurança e autenticidade dos modelos utilizados por esses sistemas em tempo real.

REFERÊNCIAS

A GUIDE to Lidar Wavelengths for Autonomous Vehicles and Driver Assistance. [S. l.]: Velodyne Lidar, 2018. Disponível em: <https://velodynelidar.com/blog/guide-to-lidar-wavelengths/>. Acesso em: 15 ago. 2023.

ASHAR, T. **What is the accuracy_score function in Sklearn?** [S. l.]: educative.io, 2023. Disponível em: <https://www.educative.io/answers/what-is-the-accuracyscore-function-in-sklearn>. Acesso em: 4 ago. 2023.

AZANK, F. **Como avaliar seu modelo de regressão**. São Paulo: Medium, 2020. Disponível em: <https://medium.com/turing-talks/como-avaliar-seu-modelo-de-regress%C3%A3o-c2c8d73dab96>. Acesso em: 4 ago. 2023.

BARNI, M.; BARTOLINI, F. **Watermarking systems engineering: enabling digital assets security and other applications**. 1. ed. Boca Raton, FL: CRC Press, 2004. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/248378616_Watermarking_systems_engineering_Enabling_digital_assets_security_and_other_application. Acesso em: 20 jun. 2023.

CAESAR, H. *et al.* **nuScenes: A multimodal dataset for autonomous driving**. [S. l.]: ArXiv preprint, 2019. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1903.11027>. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1903.11027>. Acesso em: 16 ago. 2023.

CAI, Z. *et al.* Practical optimal registration of terrestrial LiDAR scan pairs. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, [s. l.], v. 147, p. 118–131, jan. 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.isprsjprs.2018.11.016>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0924271618303125>. Acesso em: 4 ago. 2023.

CHANGALVALA, R.; MALIK, H. LiDAR Data Integrity Verification for Autonomous Vehicle. **IEEE Xplore**, [s. l.], v. 7, p. 138018–138031, set. 2019. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2943207>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8846700>. Acesso em 15 ago. 2023.

COX, I. *et al.* **Digital watermarking and steganography**. 2 ed. [S. l.]: Morgan Kaufmann, 2007. Disponível em: <https://papersim.com/wp-content/uploads/Ref.pdf>. Acesso em: 20 jul. 2023.

DEFFERARD, M. *et al.* **PyGSP: Graph Signal Processing in Python**. [S. l.]: zenodo, 2017. DOI: <https://zenodo.org/doi/10.5281/zenodo.1003157>. Disponível em: <https://zenodo.org/record/1003158>. Acesso em: 3 ago. 2023.

DIRECTED and Undirected graph in Discrete Mathematics. [S. l.]: JavaTPoint, [entre 2011 e 2023]. Disponível em: <https://www.javatpoint.com/directed-and-undirected-graph-in-discrete-mathematics>. Acesso em: 16 ago. 2023.

ENTENDA o que é BER (Taxa de erro de bits) em telecomunicações. [S. l.]: Briskcom, [2023?]. Disponível em: <https://www.briskcom.com.br/en/blog/o-que-e-taxa-de-erro-de-bits/>. Acesso em: 4 ago. 2023.

FERREIRA, Felipe A.B.S. **Técnicas de marca d'água no domínio da transformada para imagens plenópticas**. 2020. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020. Disponível em:
<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/39370>. Acesso em: 4 dez. 2022.

FERREIRA, Felipe A.B.S; LIMA, J. B. A robust 3D point cloud watermarking method based on the graph Fourier transform. **Multimedia Tools and Applications**, v. 79, n. 3, p. 1921-1950, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11042-019-08296-4>. Disponível em:
<https://dl.acm.org/doi/10.1007/s11042-019-08296-4>. Acesso em: 20 ago. 2023.

FILHO, M. **O que é acurácia em machine learning?**. [S. l.]: 2023. Disponível em:
<https://mariofilho.com/o-que-e-acuracia-em-machine-learning/>. Acesso em: 23 ago. 2023

GEIGER, A. *et al.* Vision meets Robotics: The KITTI Dataset. **International Journal of Robotics Research (IJRR)**, 2013. Disponível em:
<https://www.cvlibs.net/publications/Geiger2013IJRR.pdf>. Acesso em: 23 ago. 2023.

HARRIS, Charles R. *et al.* Array programming with NumPy. **Nature, Springer Science and Business Media LLC**, v. 585, n. 7825, p. 357-362, 2020. DOI:
<https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>. Disponível em:
<https://www.nature.com/articles/s41586-020-2649-2>. Acesso em: 25 set. 2023.

HUNTER, J. D. Matplotlib: A 2D graphics environment. *Computing in Science & Engineering*, **IEEE COMPUTER SOC**, v. 9, n. 3, p. 90-95, 2007. DOI:
<https://doi.ieeecomputersociety.org/10.1109/MCSE.2007.55>. Disponível em:
<https://www.computer.org/csdl/magazine/cs/2007/03/c3090/13rRUwbJD0A>. Acesso em: 25 set. 2023.

KLYUZHIN, I. S.; SOSSI, V. PET image reconstruction and deformable motion correction using unorganized point clouds. **IEEE Transactions on Medical Imaging, IEEE**, v. 36, n. 6, p.1263–1275, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1109/tmi.2017.2675989>. Disponível em:
<https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/28287962/>. Acesso em: 10 set. 2023.

LEVOY, M. **The Stanford 3D Scanning Repository**. Califórnia: Stanford. 2019. Disponível em: <http://graphics.stanford.edu/data/3Dscanrep/>. Acesso em: 07 ago. 2023.

LIMA, J. B. *et al.* **Processamento de sinais sobre grafos: fundamentos e aplicações**. v. 92. São Carlos: SBMAC, 2021. Disponível em:
https://www.researchgate.net/publication/332932592_Processamento_de_sinais_sobre_grafos_fundamentos_e_aplicacoes. Acesso em: 14 jul. 2023.

LOPES, I. O. **Marca d'água digital: uma técnica para verificação de autenticidade ou proteção de direitos autorais**. 2006. Dissertação (Pós-graduação em Ciência da Computação) - Universidade Federal de Uberlândia, Minas Gerais, 2006. Disponível em:
<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/12560>. Acesso em: 30 jul. 2023.

LUCCHESI, C.L. **Uma introdução sucinta à teoria dos grafos**. Rio de Janeiro: IMPA, 2011.

MADDERN, W. et al. **1 Year, 1000km**: The Oxford RobotCar Dataset, Inglaterra: Oxford Robotics Institute, 2016. Disponível em: https://robotcar-dataset.robots.ox.ac.uk/images/robotcar_ijrr.pdf. Acesso em: 15 ago. 2023.

NHASSENGO, E.C. **Processamento de sinal em grafos**: Teoria da amostragem e sua aplicação no aprendizado semi-supervisionado ativo. 2020. Dissertação (Mestrado em Ciências da computação e matemática computacional) - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2020. DOI: <https://doi.org/10.11606/D.55.2020.tde-23032020-101746>. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-23032020-101746/pt-br.php>. Acesso em: 25 jun. 2023.

NUNES, Síltón L. P. **Marca d'água digital**: Autenticação de imagens digitais. 2008. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Ciências da computação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/16106>. Acesso em: 7 ago. 2023.

ORTEGA, A. et al. Graph signal processing: Overview, challenges, and applications. **Proceedings of the IEEE**, v. 106, n. 5, p. 808–828, 2018. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1712.00468>. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1712.00468>. Acesso em: 18 jul. 2023.

PEAK Signal-to-Noise Ratio as an Image Quality Metric. [S. l.]: National Instruments, 2023. Disponível em: <https://www.ni.com/pt-br/shop/data-acquisition-and-control/add-ons-for-data-acquisition-and-control/what-is-vision-development-module/peak-signal-to-noise-ratio-as-an-image-quality-metric.html>. Acesso em: 4 ago. 2023.

PEREIRA, F.; DA SILVA, Eduardo A.B.; LAFRUIT, G. Plenoptic imaging: Representation and processing. **ScienceDirect. Academic Press Library in Signal Processing**, v. 6, p. 75-111, 2018. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-12-811889-4.00002-6>. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/323620692_Plenoptic_imaging_Representation_and_processing. Acesso em 15 ago. 2023.

RICAUD, B. et al. Fourier could be a data scientist: From graph Fourier transform to signal processing on graphs. **Comptes Rendus. Physique**, v. 20, n. 5, pp. 474-488, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.crhy.2019.08.003>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1631070519301094>. Acesso em: 30 jun. 2023.

RIZZO, Maria L. A. **Desvio-padrão**. [S. l.]: Brasil Escola, [2023?]. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/matematica/desvio-padrao.htm>. Acesso em 14 ago. 2023.

ROVEDA, U. **O que é array em programação e para que serve**. [S. l.]: Kenzie, 2022. Disponível em: <https://kenzie.com.br/blog/o-que-array/>. Acesso em: 4 ago. 2023.

SANDRYHAILA, A.; MOURA, J. M. F. Discrete signal processing on graphs. **IEEE Trans. Signal Process.**, v. 61, n. 7, p. 1644–1656, 2013. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1210.4752>. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1210.4752>. Acesso em: 5 ago. 2023.

SANDRYHAILA, A.; MOURA, J. M. Discrete signal processing on graphs: Frequency analysis. **IEEE Transactions on Signal Processing**, v. 62, n. 12, p. 3042–3054, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2321121>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6808520>. Acesso em: 12 ago. 2023.

SHUMAN, D. I. et al. The emerging field of signal processing on graphs: Extending high-dimensional data analysis to networks and other irregular domains. **IEEE Signal Process. Mag.**, v. 30, n. 3, p. 83–98, 2013. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1211.0053>. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1211.0053>. Acesso em: 28 jul. 2023.

SIMIC, M. **Weighted vs. Unweighted Graphs**. [S. l.]: Baeldung, 2022. Disponível em: <https://www.baeldung.com/cs/weighted-vs-unweighted-graphs>. Acesso em: 16 ago. 2023

STANKOVIC, L. et al. Understanding the Basis of Graph Signal Processing via an Intuitive Example-Driven Approach. **IEEE Signal Processing Magazine**, v. 36, n. 6, p. 133–145, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1109/MSP.2019.2929832>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8887576>. Acesso em: 12 jun. 2023.

TCHILIAN, F. O que é acurácia: o conceito, a importância e como aplicar. **Blog ClearSale**. São Paulo, 20 jan. 2022. Disponível em: <https://blogbr.clear.sale/conheca-e-saiba-como-aplicar-a-acuracia>. Acesso em: 4 ago. 2023.

YUE, X. et al. A lidar point cloud generator: from a virtual world to autonomous driving. *In: PROCEEDINGS OF THE 2018 ACM ON INTERNATIONAL CONFERENCE ON MULTIMEDIA RETRIEVAL*, 2018, California. **Anais [...]**. Berkley: UUCS, 2018. p. 458-464. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1804.00103>. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1804.00103>. Acesso em: 13 ago. 2023.

ZHOU, Q.; PARK, J.; KOLTUN, V. **Open3D**: A Modern Library for 3D Data Processing. [S. l.]: ArXiv:1801.09847, 2018. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1801.09847>. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1801.09847>. Acesso em: 3 set. 2023.