

# ANÁLISE VIBRACIONAL DA VARIAÇÃO DO FATOR DE AMORTECIMENTO NA SUSPENSÃO TRASEIRA DE VEÍCULOS DE DUAS RODAS: UMA MODELAGEM MATEMÁTICA.

## VIBRATIONAL ANALYSIS OF DAMPING FACTOR VARIATION IN THE REAR SUSPENSION OF TWO-WHEEL VEHICLES: A MATHEMATICAL MODEL.

Emanuel Beril Sousa Ramos<sup>1</sup>  
Thiago Araujo Simões<sup>2</sup>

### RESUMO

Amortecedores são um dos principais componentes da suspensão de um veículo, importantes tanto para o conforto quanto para a segurança proporcionada pelo veículo aos ocupantes. O projeto correto de um amortecedor envolve o estudo da dinâmica veicular através das vibrações mecânicas, elementos de máquina e mecânica dos fluidos, levando em consideração os parâmetros que podem variar entre veículos para estrada e off-road. Assim, esse estudo propõe um modelo matemático de Scripts para análise de um sistema mecânico simplificado com 1 grau de liberdade, onde é possível realizar a variação de parâmetros de vibrações, além da simulação de falhas e a identificação de suas consequências ao veículo e piloto. O modelo desenvolvido foi aplicado com os dados de uma motocicleta genérica de 150cc e apoio da literatura, com suas análises, além da discussão e entendimento de situações reais, foi possível determinar qual parâmetro deve ser modificado em um projeto de amortecimento para atingir objetivos específicos. Após o estudo, foi possível definir que a melhor forma de controlar a faixa de amortecimento é através do dimensionamento do componente hidráulico, sendo a rigidez da mola, portanto, um componente de controle da frequência de oscilação com um ajuste de pré-carga que serve como dispositivo secundário de variação em menor escala a faixa de amortecimento. Por fim, foi possível confirmar a hipótese de que a diminuição do coeficiente de amortecimento leva a uma maior quantidade de oscilações, além de impactar em um tempo de resposta maior do sistema para atingir o equilíbrio.

**Palavras-chave:** vibrações; fator de amortecimento; suspensão.

### ABSTRACT

Shock absorbers are one of the main components of a vehicle's suspension, important both for the comfort and for the safety provided by the vehicle to the occupants. The correct design of a shock absorber involves the study of vehicle dynamics through mechanical vibrations, machine elements and fluid mechanics, taking into account parameters that may vary between road and off-road vehicles. Thus, this study proposes a mathematical model of Scripts for the analysis of a simplified mechanical system with 1 degree of freedom, where it is possible to perform the variation of vibration parameters, in addition to the simulation of failures and the identification of their consequences to the vehicle and pilot. The developed model was applied with data from a generic 150cc motorcycle and supported by the literature, with its analyses, in addition to the discussion and understanding of real situations, it was possible to determine which parameter should be modified in a damping project to achieve specific

---

<sup>1</sup> Bacharelado em Engenharia Mecânica – Universidade Federal Rural de Pernambuco – Unidade Acadêmica do Cabo de Santo Agostinho. 2023

<sup>2</sup> Doutor em Engenharia Mecânica – Universidade Federal Rural de Pernambuco – Unidade Acadêmica do Cabo de Santo Agostinho. 2023

objectives. After the study, it was possible to define that the best way to control the damping range is through the dimensioning of the hydraulic component, being the spring stiffness, therefore, a component of control of the oscillation frequency with a preload adjustment that serves as a secondary device for varying the damping range on a smaller scale. Finally, it was possible to confirm the hypothesis that the decrease in the damping coefficient leads to a greater amount of oscillations, in addition to impacting a longer response time for the system to reach equilibrium.

**Keywords:** vibrations; damping factor; suspension.

## INTRODUÇÃO

No Brasil existe uma grande quantidade de motocicletas no trânsito, como podemos ver com a Fenabreve (2023), que estuda o trânsito brasileiro em números há mais de 50 anos e registra que durante o ano de 2022 foram emplacadas 1.362.129 novas motos, o que representa um aumento de 17,7% em relação ao ano anterior, demonstrando assim que a preferência da população pelos veículos de duas rodas está aumentando.

Segundo a revista Quatro Rodas (2023), o preço dos carros no Brasil aumentou 85% em 5 anos. Mas além dos altos preços empregados por carros novos, a preferência por motos se deve a sua agilidade no trânsito, o que proporciona menor tempo nos engarrafamentos, principalmente para aqueles que trabalham na estrada durante o dia inteiro, além é claro do preço dos combustíveis que tem visível aumento nos últimos anos.

Dito isso, para garantir o conforto necessário, durante o test drive o brasileiro precisa observar a qualidade do assento, a posição de pilotagem e, principalmente, o funcionamento da suspensão. Com o objetivo de contribuir neste contexto, essa pesquisa investigou o funcionamento da suspensão traseira de uma moto e quais as consequências esperadas se esse sistema não estiver em perfeito funcionamento.

A importância do papel da suspensão de uma motocicleta é indiscutível, assim como as consequências que um projeto errado ou a falha da suspensão pode ocasionar para um piloto e sua moto, desde quebra de componentes mecânicos até

acidentes que podem colocar em risco a integridade física e a vida do piloto.

Para as empresas, por sua vez, é evidente que um problema sério em uma suspensão pode acarretar em operações de recalls, pois desde o ano 2000 quando o cinto de segurança de um automóvel se soltou do assoalho levando a um recall, essas operações se tornaram mais comuns e viraram uma opção aceitável pelas montadoras de veículos no Brasil (SILVA, 2010).

Um Recall é uma operação realizada pela empresa fabricante ou montadora de veículos que colocou um produto em circulação no mercado e só então identificou alguma falha grave, que coloque em risco a segurança do piloto e demais ocupantes do veículo. Além de ser uma operação que irá garantir a correção da falha e integridade dos usuários, o Recall voluntário também passou a ser bem visto pela população, como uma marca de integridade para as empresas que o realizam por conta própria (BORTOLI; FREUNDT, 2017).

Ainda assim, a motivação por um estudo aprofundado sobre a suspensão de motocicleta ficou evidente, principalmente pois parte das fabricantes de motos no Brasil são na verdade montadoras, que apenas incluem em seus modelos amortecedores projetados e fornecidos por terceiros.

Portanto, como a suspensão tem influência direta na dirigibilidade do veículo, aderência dos pneus ao solo e confiabilidade dos componentes mecânicos, é essencial que seja estudada de forma aprofundada para o

aperfeiçoamento de novos projetos e solução de problemas existentes (COSSALTER, 2006, FOALE, 2002).

Segundo Prazo (2011), às vibrações mecânicas são uma oscilação em torno de um ponto de equilíbrio. A presença dessas vibrações em sistemas mecânicos é uma manifestação da energia ainda não absorvida por aquele sistema. Energia essa que pode ser completamente absorvida de diversas formas, como por exemplo, o atrito interno resultante da deformação elástica do material da estrutura ou o amortecimento viscoso decorrente da implementação de um sistema de amortecimento hidráulico, que por sua vez, faz uso das propriedades hidráulicas de fluidos para absorver energia mecânica.

Essas vibrações geram impactos significativos em praticamente todos os tipos de estruturas, no entanto, esses impactos podem ser controlados quando se tem conhecimento das propriedades da estrutura em questão. Quando esse estudo não é realizado, as consequências futuras podem ser maiores que a redução de custo inicial de pular essa etapa.

É comum, portanto, que seja realizada uma modelagem para a correta identificação de parâmetros de vibrações quando um sistema mecânico tiver que ser exposto a excitações externas, ou até internas, no caso de máquinas rotativas. Desse modo é possível determinar os parâmetros de vibração do sistema e planejar contra medidas e via Software de simulação computacional de modo que, por exemplo, não entre em ressonância ou não atinja amplitude de vibração além de um limite pré-estabelecido (ANTOLIN; ANTOLIN; DOS SANTOS, 2023).

Portanto, além de levantar uma discussão para esses casos, esse trabalho buscou realizar o desenvolvimento de um modelo matemático de vibrações mecânicas capaz de analisar um projeto real de motocicletas de forma intuitiva e fácil de entender, para isso, fazendo a utilização de um sistema simplificado através de sua teoria básica, capaz de

substituir a experimentação prática como ferramenta de análise inicial, obtendo assim velocidade e redução de custos que venha a tornar viável implementar o estudo das vibrações mecânicas desde o protótipo inicial do projeto.

Nesse contexto, o desenvolvimento de modelos matemáticos para simplificação de problemas de engenharia é uma prática cada vez mais utilizada devido ao aprimoramento de métodos numéricos, de modo generalista, podemos citar os softwares de simulação numérica como o MatLab, Octave e Python, que tem em sua programação modelos específicos que se aplicam de forma genérica a estruturas mecânicas e fluidos, sendo possível obter diversas características dos sistemas reais com aproximação considerável em relação aos métodos analíticos.

Com o objetivo de contribuir nesse contexto, essa pesquisa investigou o funcionamento da suspensão traseira de uma moto e as consequências esperadas se esse sistema não estiver em perfeito funcionamento.

## REFERENCIAL TEÓRICO

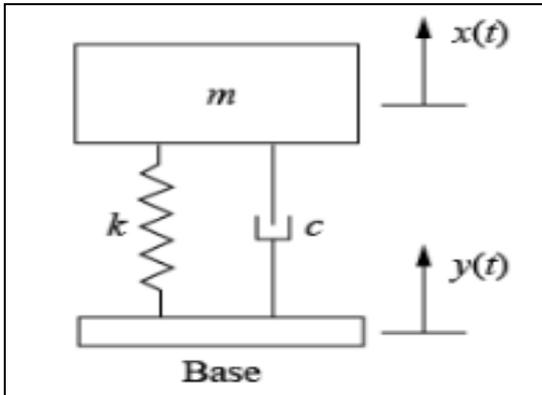
Vibrações mecânicas é uma disciplina que compõe a matriz curricular da maioria dos cursos de engenharia, sendo responsável pelo estudo do movimento repetitivo de corpos em relação a um ponto de equilíbrio, discutindo diretamente frequências naturais de vibração, fator de amortecimento e outros parâmetros que podem definir como um sistema mecânico se comporta ao ser estimulado a vibrar de forma natural ou forçada, nos ajudando a entender como os fenômenos vibracionais podem contribuir para projetos mecânicos e estruturais (INMAN, 2018).

### Sistema amortecido base excitada

A figura 1, representa um sistema mecânico de 1 grau de liberdade com amortecimento e excitação de base, contendo massa “m”, rigidez de mola “k”

coeficiente de amortecimento “c” e deslocamento da base  $y(t)$ .

Figura 1 - Sistema amortecido.



Fonte: Inman, 2018.

Para descrever o movimento do sistema amortecido com excitação de base da figura 1, Kelly (2017) descreve a equação 1 abaixo.

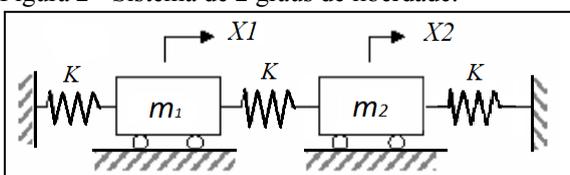
$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\dot{y} + ky \quad \text{eq. 1}$$

### Graus de liberdade

Os graus de liberdade para um sistema oscilatório representam a quantidade mínima de coordenadas independentes que descrevem completamente seu movimento em qualquer instante de tempo, podendo ser coordenadas cartesianas ou qualquer outro tipo (NETO et al., 2021).

Quando houver, por exemplo, um sistema com duas massas, ainda que se movimentando na mesma direção e sentido, é necessário definir uma coordenada para cada massa, assim o sistema terá 2 graus de liberdade, conforme a figura 2 abaixo, onde são definidas as coordenadas  $x_1$  e  $x_2$  para as massas  $m_1$  e  $m_2$ , respectivamente.

Figura 2 - Sistema de 2 graus de liberdade.



Fonte: Adaptado de Almeida, 2003.

### Classificação dos sistemas mecânicos em relação aos graus de liberdade

As vibrações classificam os sistemas conforme o grau de liberdade necessário para seu estudo e as hipóteses adotadas. Quando existe apenas 1 grau de liberdade, o sistema recebe o nome de sistema de 1GL (1 grau de liberdade), quando existem 2 ou mais graus de liberdade o sistema é definido como sistema discreto, e quando existem infinitos graus de liberdade o sistema é definido como contínuo, essas informações estão melhor resumidas na tabela 1 (KELLY, 2017).

Tabela 1 - Classificação dos graus de liberdade.

Graus de Liberdade	Classificação
1	Sistema com 1GL
2 ou mais	Sistema discreto
Infinitos	Sistema contínuo

Fonte: Kelly, 2017.

### Coefficiente de amortecimento

O coeficiente de amortecimento é o termo “c” apresentado na equação 1, este diz respeito a dissipação de energia que o sistema sofre com a utilização de um componente de amortecimento (SILVA, 2007).

Para a equação do movimento, podemos entender esse parâmetro como uma taxa de dissipação de energia mecânica, quanto maior for, mais rápido será a redução das amplitudes de vibração. Esse coeficiente é um parâmetro característico dos componentes de amortecimento.

Para o segmento veicular que estamos estudando neste trabalho, Dixon (2007) indicou que os amortecedores comerciais desse utilizam 1.35 N.s/mm como coeficiente em seus amortecedores. Além disso, segundo De Silva (2007), podemos classificar o amortecimento em 3 tipos, são eles:

- Amortecimento interno;
- Amortecimento estrutural;

- Amortecimento fluídico;

$$\zeta = \frac{c}{c_r} \quad \text{eq. 3}$$

Para este estudo, e considerando que foi realizado uma análise simplificada, será útil apenas o conhecimento referente ao amortecimento fluídico. Este tipo, se deve a força de arrasto gerada pela movimentação da superfície de um meio sólido em relação a um fluido (MUSOLINO, 2011).

### Frequência natural

A frequência natural do sistema é definida como a frequência de vibração que, quando o sistema atinge essa frequência, leva a um impulso na amplitude da vibração, ao contrário do que é desejado para sistemas mecânicos oscilatórios, que devem manter a oscilação ou dissipar sua energia. Esse fenômeno é conhecido como ressonância e pode acarretar na falha imediata ou na redução da vida útil de componentes mecânicos ou do sistema completo de forma significativa (GUERREIRO, 2021).

Para o caso de um sistema com 1GL, temos a definição da frequência natural representada pela equação 2, conforme abaixo.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{eq.2}$$

Como é possível observar na equação 2, a frequência natural depende de parâmetros que geralmente são constantes nos sistemas, sendo nesse caso, uma propriedade do sistema que independe de haver amortecimento.

### Fator de amortecimento

O fator de amortecimento, assim como os graus de liberdade, também classifica o tipo de sistema que estamos estudando. A equação 3, demonstrada abaixo, determina o fator de amortecimento a partir do coeficiente de amortecimento.

Onde:

c = Coeficiente de amortecimento;

$c_r$  = Coeficiente de amortecimento crítico;

Como podemos ver, a equação 3 define o fator de amortecimento como uma razão entre o amortecimento do sistema e o amortecimento que o tornaria crítico, com base nisso sua classificação está demonstrada logo em seguida, conforme explicado por Sotelo (2006), na tabela 2.

Tabela 2 - Classificação do fator de amortecimento.

Fator de amortecimento	Classificação do sistema
$\zeta = 0$	Não amortecido
$0 < \zeta < 1$	Subamortecido
$\zeta = 1$	Criticamente amortecido
$\zeta > 1$	Superamortecido

Fonte: Autor, 2023.

O sistema que estamos estudando se enquadra no caso subamortecido, onde iremos obter uma redução de frequência controlada, com objetivo de manter o conforto do piloto ao passo que também conseguimos aderência adequada da motocicleta com o solo.

Conforme informado por Dixon (1999), quanto menor for o fator de amortecimento, mais confortável o veículo se torna, por outro lado, quanto mais próximo de 1 for, mais estável e mais seguro em curvas será. Isso ocorre devido a redução de oscilações mais rápida ao passo que o amortecimento aumenta, fazendo com que o pneu do veículo tenha mais aderência ao solo.

### Amortecimento crítico

O amortecimento crítico é a condição onde o sistema atinge a estabilidade no menor tempo possível, e conforme o valor de  $\zeta$  passa a ser maior

que 1 o retorno do sistema ao ponto de equilíbrio passa a ser mais lento, porém sem oscilações. É possível determinar o coeficiente de amortecimento “ $c$ ” apresentado na equação 4, através da equação 5 indicada abaixo (MUSOLINO, 2011).

$$c = 2 * \sqrt{k * m} \quad \text{eq. 4}$$

### Frequência natural amortecida

Diferente da frequência natural, a frequência natural amortecida “ $\omega d$ ” é um parâmetro, medido apenas nos sistemas amortecidos, que depende do fator de amortecimento “ $\zeta$ ”, assim como pode ser observado na equação 5 (TEIXEIRA, 2019).

$$\omega d = \omega n * \sqrt{1 - \zeta} \quad \text{eq. 5}$$

### Resposta do sistema de 1GL

O sistema de 1GL subamortecido, tem a resposta representada pela equação 6 abaixo, conforme explicado por Musolino (2011).

$$x = x_0 * e^{-\zeta \omega n t} * \cos(\omega d t + \phi) \quad \text{eq. 6}$$

A equação 6 será a principal da análise deste trabalho, a partir dela foi analisado o comportamento das oscilações conforme são variados os demais parâmetros do sistema, e principalmente, o coeficiente de amortecimento “ $c$ ”.

### Parâmetros comerciais

Amortecedores comerciais tem seus parâmetros, em média, padronizados na indústria para veículos de mesmo peso e mesma potência, apesar de haver grande variação nas dimensões físicas, os parâmetros de vibração costumam ter mais ou menos a mesma faixa de fabricação. O fator de amortecimento, por exemplo, varia de 0.2 a 0.4 para carros comerciais de passageiros, e de 0.4 a 0.8 para carros de corrida (DIXON, 1999).

A tabela 3 abaixo, resume os parâmetros utilizados em amortecedores de veículos segundo fontes do setor automotivo.

Tabela 3 - Parâmetros comerciais.

Parâmetro	Valor
Rigidez de mola	23,51 N/mm
Coefficiente de amortecimento comercial motocicleta 150cc	1,35 N.s/mm
Fator de amortecimento de carros de passageiros	0.2 a 0.4
Fator de amortecimento de carros de corrida	0.4 a 0.8

Fonte: Cossalter et al 2014; Demboski, 2015.

## METODOLOGIA

Para identificar os impactos na variação dos parâmetros foi desenvolvido um script no software Octave versão 8.1, aplicando as equações apresentadas no tópico anterior, assim foi possível realizar a variação de diversos parâmetros e analisar seus impactos gerando gráficos que estão apresentados a seguir. Os scripts desenvolvidos para cada gráfico estão anexados ao material complementar do artigo.

Enquanto um dos parâmetros é variado, os demais permanecem com o padrão comercial apresentado na tabela 3. Para a massa do sistema, levando em consideração uma aproximação de uma motocicleta genérica de 150cc em seu manual de proprietário, foram consideradas as seguintes hipóteses:

- Peso suspenso da motocicleta: 100 Kg
- Peso do piloto: 90 Kg
- Peso do passageiro: 80 Kg
- Peso total sem passageiro: 190 Kg
- Peso total com passageiro: 270 Kg

A massa de 47,5 Kg representa a massa suspensa total do piloto sem

passageiro na motocicleta, já dividido em 4 amortecedores, 2 dianteiros e 2 traseiros. Para representar o piloto com passageiro, a massa fica em 67,5 Kg.

### Variando a rigidez da mola

Para rigidez da mola “k” aplicando a equação (2), foi realizada a variação de 0 a 30 N/mm, considerando a massa do conjunto sem e com passageiro, assim foi obtida a Figura 3.

Analisando os impactos dessa variação de k no fator de amortecimento, a Figura 4 foi gerada como uma consequência direta da mesma variação realizada na Figura 3 aplicando a equação (2).

### Varição do coeficiente de amortecimento

Para variação do coeficiente de amortecimento foi utilizado uma faixa em torno do parâmetro comercial encontrado de 1.35N.s/mm, variando de 0.2 a 2.8 N.s/m. Essa faixa foi definida por experimentação, observando o resultado do fator de amortecimento para que este pudesse ser analisado tanto nas faixas comerciais adotadas na tabela 3 quanto na passagem para o regime superamortecido. O resultado dessa variação é demonstrado na Figura 5.

### Varição da amplitude de oscilação

A variação da amplitude de oscilação é o que nos diz se o sistema é mais ou menos confortável, já que é a grandeza que o piloto e passageiros do veículo podem sentir diretamente sendo o fator que mais pesa na escolha de compra, além disso é controlando essa grandeza que será possível evitar que o amortecedor atinja o chamado fim de curso da suspensão, quando sua haste de amortecimento atinge o ponto máximo devido a suas limitações geométricas.

Para analisar a variação de amplitude de oscilação, foi utilizado a equação 6, resposta do sistema de 1GL, aplicando um deslocamento inicial padrão de 50 mm e os

parâmetros comerciais, sendo obtida a Figura 6, e para evidenciar as suas indicações, foi gerado uma curva de massa 5 vezes maior que a massa da curva com passageiro, demonstrada na figura 7.

### Amplitude das oscilações com a variação do coeficiente de amortecimento

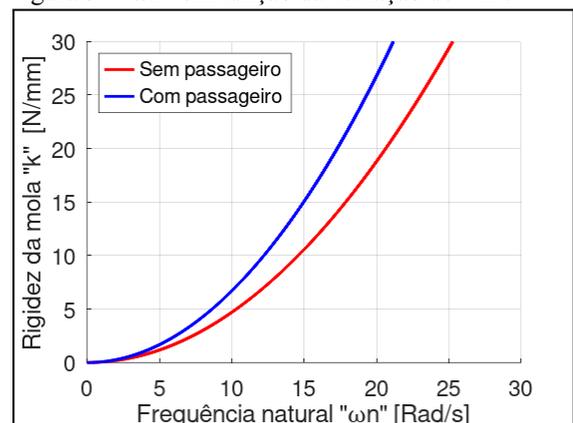
Buscando uma opção mais viável para reduzir oscilações no sistema, utilizando o mesmo método anterior, foi gerado a curva com passageiro demonstrada na figura 8, aplicando a variação do fator de amortecimento em 5 níveis, mantendo os demais parâmetros na faixa comercial que havia sido definida anteriormente na tabela 3.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

### Análise da rigidez da mola

Os resultados apresentados na Figura 3 abaixo indicam que uma variação positiva na rigidez da mola leva o sistema mecânico a ter uma frequência natural maior, com isso, se torna mais difícil o sistema atingir a ressonância, sendo necessário a aplicação de mais energia para atingi-la ao passo que sua rigidez aumenta.

Figura 3 - “ $\omega_n$ ” em função da variação de “k”.

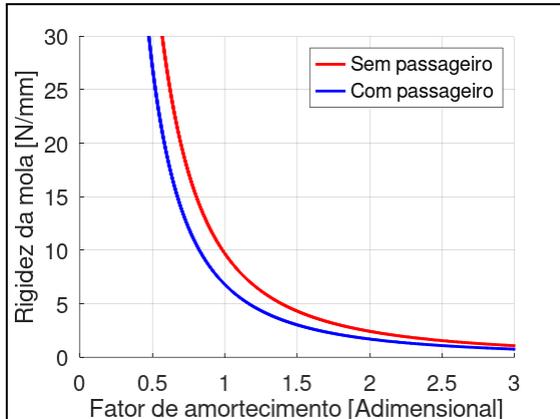


Fonte: Autor, 2023.

Assim, é possível concluir também, que quanto mais rígido for o sistema, mais tempo ele levará para entrar em equilíbrio após uma excitação. Na Figura 4 abaixo, é possível observar ainda que a rigidez da

mola é inversamente proporcional ao fator de amortecimento.

Figura 4 - “ $\zeta$ ” em função da variação de “k”.



Fonte: Autor, 2023.

Observa-se ainda que o fator de amortecimento tende ao infinito quando a rigidez for zero, e tende a zero quando a rigidez é infinita. Essa implicação aponta que é possível controlar, até certo ponto, o fator de amortecimento de um sistema apenas pela variação de parâmetros dimensionais da mola, já que a sua rigidez depende, além de outros fatores do próprio processo de fabricação, das suas dimensões. É possível ainda que seja realizada a variação dessa rigidez com facilidade através do ajuste de pré-carga da mola, mecanismo existente nos amortecedores comerciais.

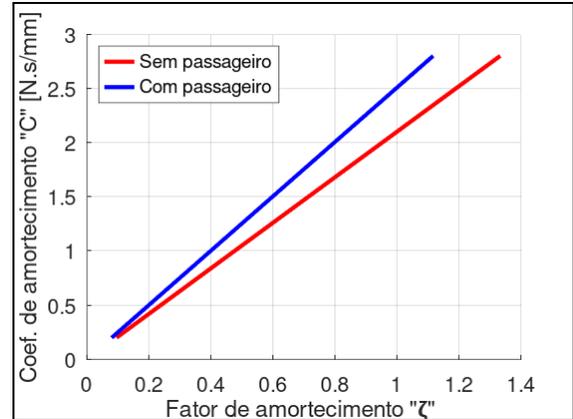
No entanto, a inclinação das curvas da Figura 4 quando a rigidez começa a aumentar acima de 10 N/mm aponta para uma assíntota vertical, isso representa que o fator de amortecimento terá pouca variação para uma variação cada vez maior da rigidez da mola, o que deixará de ser uma opção de projeto viável em algum momento, sendo assim, outro parâmetro deve ser a melhor opção de variação para adequar o fator de amortecimento ao desejado.

#### Análise do coeficiente de amortecimento

Observando a Figura 5 abaixo, é possível identificar que, com o aumento do coeficiente de amortecimento, o fator de amortecimento aumenta, portanto, como já

era esperado, essas são grandezas diretamente proporcionais.

Figura 5 - “ $\zeta$ ” em função da variação de “C”.



Fonte: Autor, 2023.

A curva sem passageiro indica fator de amortecimento ligeiramente maior, assim como observado na Figura 4, isso indica que quanto menor a massa, mais rápido o sistema entrará em equilíbrio.

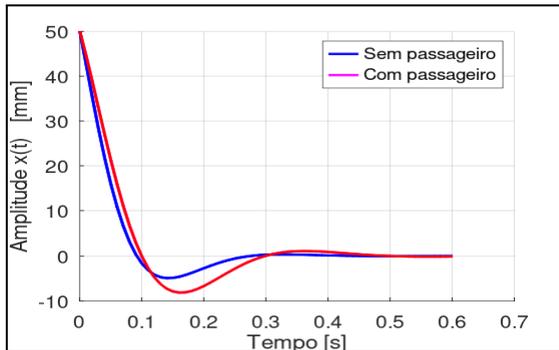
Pode ser observado ainda um comportamento linear, isto é, sem a existência de assíntotas verticais ou horizontais, com isso podemos concluir que diferentemente da rigidez da mola, o coeficiente de amortecimento é um bom parâmetro para controlar diretamente o fator de amortecimento, pois uma pequena variação no coeficiente resultará em uma variação considerável do seu fator de amortecimento.

No entanto, diferentemente da rigidez da mola, o coeficiente de amortecimento não pode ser variado após o projeto com facilidade através de ajustes físicos, já que depende de fatores hidráulicos, pois os amortecedores traseiros para motocicletas disponíveis no mercado hoje são geralmente selados e não tem mecanismo de regulagem hidráulico.

#### Análise da variação da amplitude de oscilação

Na figura 6 abaixo, é possível observar que existe apenas 1 oscilação com pico considerável para as duas curvas e uma segunda oscilação mínima na curva com passageiro.

Figura 6 - Amplitude das oscilações com parâmetros comerciais.

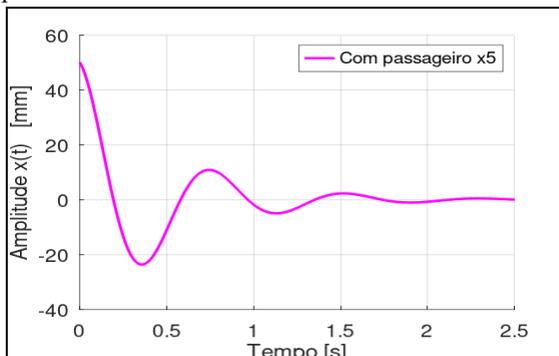


Fonte: Autor, 2023.

Isso indica que a medida que a massa do sistema aumenta ele começará a apresentar mais oscilações e com amplitudes maiores, já que a curva com passageiro também apresentou amplitude maior. É possível ainda, observar que a variação de massa sem e com passageiro levou a uma diferença na frequência natural do sistema, já que os picos de oscilação da curva vermelha estão deslocados à direita em relação à curva azul.

Como é possível observar na figura 7 abaixo, com uma massa 5 vezes maior, o sistema mecânico teve oscilações consideráveis 4 vezes até que entrasse em equilíbrio, além disso o tempo até a estabilização que antes era na faixa de 0.3 a 0.4 segundos passou a ser de 1.75 segundos, também foi observado que a amplitude da primeira oscilação mais que dobrou.

Figura 7 - Amplitude das oscilações com parâmetros comerciais e massa 5 vezes maior.



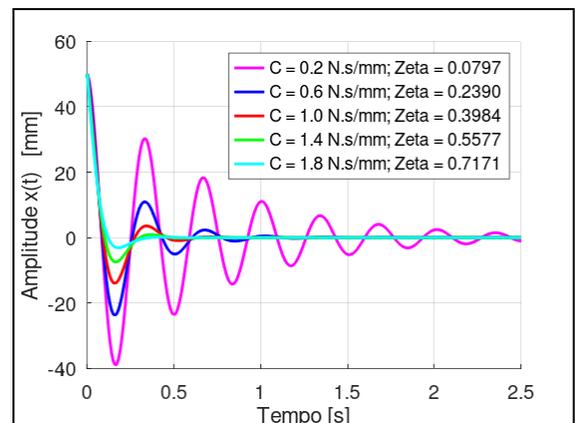
Fonte: Autor, 2023.

Com isso, podemos concluir que a massa é fator de influência nas amplitudes de oscilação e no tempo de resposta do sistema até o equilíbrio, no entanto, para observar um aumento de oscilação foi necessário aumentar a massa em cada amortecedor 5 vezes, em um projeto real o interesse é na verdade reduzir as oscilações e suas amplitudes, mas reduzir a massa de qualquer componente 5 vezes é uma missão quase impossível, para veículos portanto, essa tarefa se torna impossível.

### Análise da amplitude das oscilações com a variação do coeficiente de amortecimento

Na Figura 8 abaixo, é possível mais uma vez observar a proporcionalidade das grandezas coeficiente e fator de amortecimento, já indicada anteriormente (Figura 5).

Figura 8 - Amplitude das oscilações com variação do coeficiente de amortecimento.



Fonte: Autor, 2023.

Já em contraste com as informações das Figuras 6 e 7, podemos observar que o crescimento do coeficiente de amortecimento causou redução considerável na quantidade de oscilações.

A amplitude de oscilações, por sua vez, também é reduzida de forma considerável, uma vez que a primeira amplitude de oscilação para  $C = 0.2\text{N/mm}$  estava na faixa de 40 mm e com  $C = 0.6\text{N/mm}$  diminuiu para aproximadamente 22mm, uma redução de 55% na primeira oscilação.

Quanto ao tempo de resposta até o equilíbrio, podemos observar que quanto menor o coeficiente de amortecimento, mais tempo o sistema leva para entrar em equilíbrio, isso é um risco para o projeto de uma motocicleta, já que diferentemente de um carro a motocicleta está exposta a “tombar” devido a possíveis oscilações laterais.

### **Discutindo uma falha hidráulica do amortecedor**

Um outro ponto de vista é a simulação de uma falha no componente hidráulico do amortecedor. Como o coeficiente retorna um valor de zeta decrescente à medida que diminui e, sabemos que o amortecimento acontece também de forma estrutural, é possível considerar que esse valor baixo de zeta representa o amortecimento real do conjunto mola-estrutura de uma motocicleta que está perdendo sua capacidade de amortecimento fluídico devido ao vazamento do fluido.

Levando em consideração esse ponto de vista e analisando os gráficos apresentados até aqui, chegamos a conclusão que o vazamento de óleo do componente hidráulico do amortecedor irá acarretar nas seguintes consequências:

- Não interfere na frequência natural, já que os picos de oscilação (Figura 8) não variam no domínio do tempo;
- Aumenta a amplitude das oscilações, já que é possível observar na Figura 8 grandes diferenças de amplitudes para as variações do fator de amortecimento;
- Diminui o fator de amortecimento, discutido na análise da Figura 5 diretamente e nas legendas da Figura 8;
- Aumenta o tempo de resposta do sistema até o ponto de equilíbrio (Figura 8);

Sabendo que uma massa em movimento representa energia em forma de trabalho, podemos ainda concluir a partir desses resultados que, a energia que

estava sendo absorvida pelo componente hidráulico antes de sua falha será direcionada em forma de vibração para outros componentes da motocicleta que não foram projetados para isso.

### **CONCLUSÕES**

Esse trabalho realizou através da aplicação da teoria básica da disciplina de vibrações mecânicas uma modelagem matemática no software de simulação numérica Octave Versão 8.1, sobre a variação dos parâmetros de amortecimento dos amortecedores de motocicletas, o sistema foi simplificado para 1GL com a utilização de dados obtidos na literatura do tema e no manual de proprietário de uma motocicleta genérica de 150cc.

A análise da modelagem foi realizada através da plotagem dos gráficos que se baseiam na teoria básica da disciplina, fazendo considerações com relação a utilização real de uma motocicleta, foi observado os impactos da variação das grandezas principais do sistema, massa, rigidez de mola, frequência natural, fator de amortecimento, coeficiente de amortecimento, coeficiente de amortecimento crítico, amplitude de oscilação e tempo de resposta ao equilíbrio.

Os resultados obtidos neste trabalho demonstram que é possível realizar uma análise simplificada de um componente complexo a partir de sua teoria básica.

Com a análise foi possível chegar a conclusão de que a melhor forma para definir a faixa de amortecimento do conjunto amortecedor é através do componente hidráulico, e a mola por sua vez, deve ser utilizada apenas como componente de oscilação e ajuste de pré-carga.

Além disso, a análise demonstrou que para um sistema mecânico que entra em oscilação, quanto maior a massa, mais oscilações e mais tempo esse sistema levará para entrar em equilíbrio.

A pesquisa demonstrou ainda a confirmação da hipótese de que uma diminuição no fator de amortecimento tem como consequência a diminuição da vida útil dos componentes da motocicleta, pois a energia em forma de vibração que não é absorvida por um componente hidráulico danificado é repassada para a estrutura da motocicleta e mola. Isso também levanta riscos ao piloto pois aumenta a oscilação da motocicleta na pista, podendo danificar algum componente que possa ocasionar um acidente em alta velocidade.

Dessa forma, com todas as considerações que puderam ser feitas aos resultados obtidos, esta modelagem irá contribuir para o planejamento inicial de sistemas de amortecimento veicular, ou ainda para sistemas mecânicos vibratórios que necessitem reduzir suas vibrações, gerando impactos positivos em relação a segurança dos operadores desses sistemas e da vida útil de seus componentes.

Por outro lado, pela aplicação apenas da teoria básica de vibrações mecânicas e da simplificação do sistema para 1GL, este trabalho não fez uso da teoria de mecânica dos fluídos existente no componente hidráulico do amortecedor, além disso, por ter objetivo de modelar matematicamente, não foram coletados dados experimentais para contribuir nas análises e considerações.

Portanto, deve-se levar em consideração para futuras pesquisas: (a) Modelagem matemática e variação de parâmetros da teoria de vibrações mecânicas junto a mecânica dos fluídos para sistemas discretos; (b) Análise experimental de amortecedores comerciais com a variação de diferentes fluídos hidráulicos disponível no mercado e seus impactos no fator de amortecimento; (c) Modificação do modelo para análise em uma estrada com perfil senoidal: Diferenças entre o veículos para estrada e off-road; (d) Desenvolvimento de um modelo onde seja possível avaliar os parâmetros envolvidos no fenômeno do batimento.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Arnaldo X.; FARIA, Marco T. C. Análise da vibração torcional em hidrogeradores utilizando o método de elementos finitos. *In: XXIV Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia*, 24., 2003, Ouro Preto. **Anais eletrônicos** [...]. Ouro Preto: UFMG, 2003. p. 1-10. Online. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/294889796\\_ANALISE\\_DA\\_VIBRACAO\\_TORCIONAL\\_EM\\_HIDROGERADORES\\_UTILIZANDO\\_O\\_METODO\\_DE\\_ELEMENTOS\\_FINITOS](https://www.researchgate.net/publication/294889796_ANALISE_DA_VIBRACAO_TORCIONAL_EM_HIDROGERADORES_UTILIZANDO_O_METODO_DE_ELEMENTOS_FINITOS). Acesso em: 25 mar. 2023.

ANTOLIN, Mauricio Quelhas. *et al.* Estudo comparativo das vibrações de um chassi mini baja por elementos finitos utilizando-se os aços 1018 e 1020. **Cadernos UniFOA**, Volta Redonda, v. 18, n. 51, 2023. Online. Disponível em: <https://revistas.unifoa.edu.br/cadernos/artic/le/view/4174>. Acesso em: 22 mar. 2023.

BORTOLI, Luiza Venzke; FREUNDT, Valeria. Efeitos do Recall Voluntário de Produto na Confiança do Consumidor. **BBR. Brazilian Business Review**, Vitória, v. 14, p. 204-224, 2017. Online. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/316639422\\_Effects\\_of\\_Voluntary\\_Product\\_Recall\\_on\\_Consumer's\\_Trust](https://www.researchgate.net/publication/316639422_Effects_of_Voluntary_Product_Recall_on_Consumer's_Trust). Acesso em: 20 mar. 2023.

COSSALTER, Vittore. **Motorcycle Dynamics**. 2. ed. Pádua: Editora Lulu.com, 2006.

DEMBOSKI, Fernando Rodrigues *et al.* **Estudo para utilização de componentes de suspensão de motocicleta em veículo minimalista urbano**. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica). Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2014. Online. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/>

123456789/128134/\_TCC\_FernandoDemboski.pdf. Acesso em: 10 abr. 2023.

DIXON, John C. **The Shock Absorber Handbook**. 2. ed. West Sussex: Professional Engineering Publishing Ltd and John Wiley & Sons, 2007. E-book. Disponível em: <http://wanderlodgegurus.com/database/Theory/The%20Shock%20Absorber%20Handbook.pdf>. Acesso em: 13 abr. 2023.

FENABRAVE. Resumo Mensal Dezembro de 2022. **Emplacamentos Novos**. São Paulo, 240. ed. p. 1-46, jan. 2023. Online. Disponível em: <https://online.fliphtml5.com/ordey/msoq/#p=1>. Acesso em: 22 abr. 2023.

FOALE, Tony. **Motorcycle Handling and Chassis Design: The Art and The Science**. 1. ed. Espanha: Tony Foale Designs, 2002. E-book. Disponível em: <https://doceru.com/doc/ee1exv>. Acesso em: 11 abr. 2023.

GUERREIRO, Felipe. **Determinação das localizações de dois elementos mecânicos montados sobre um eixo de transmissão de potência de forma a maximizar a frequência natural de vibração do sistema**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Guarapuava, 2021. Online. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br:8080/jspui/bitstream/1/26919/1/analisemodalvibracaorayleigh.pdf>. Acesso em: 29 mar. 2023.

INMAN, Daniel. **Vibrações Mecânicas**. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2018. E-book.

KELLY, S G. **Vibrações Mecânicas: Teorias e aplicações**. São Paulo: Cengage Learning Brasil, 2017. E-book. ISBN 9788522127016.

MUSOLINO, Bruno de Castro. **Algoritmo de determinação do coeficiente de amortecimento em materiais refratários de alta alumina**. 2011. Dissertação

(Mestrado em Engenharia Elétrica) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2011. Online. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18152/tde-18102011-153929/publico/Bruno.pdf>. Acesso em: 28 mar. 2023.

PRAZZO, Carlos Eduardo. **Análise modal de uma estrutura do tipo viga utilizando materiais piezelétricos (pvdf) como sensores**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista. Ilha Solteira, 2011. Online. Disponível em: [https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/94521/prazzo\\_ce\\_me\\_ilha.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/94521/prazzo_ce_me_ilha.pdf?sequence=1&isAllowed=y). Acesso em: 5 abr. 2023.

RODRIGUEZ, Henrique. **Por que o preço dos carros vendidos no Brasil aumentou 85% em 5 anos?**. São Paulo: Quatro Rodas. 2023. Online. Disponível em: <https://quatorrodas.abril.com.br/noticias/po-r-que-preco-dos-carros-vendidos-no-brasil-aumentou-85-em-5-anos/>. Acesso em: 23 abr. 2023.

SILVA, Bernard B. *et al.* Uma análise geral dos recalls de veículos no Brasil. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE ESTUDANTES DE ENGENHARIA MECÂNICA, 17., 2010, Viçosa. **Anais [...]**. Niterói: UFF; Rio de Janeiro: UNIGRANRIO, 2010. p. 1-2. Disponível em: <https://abcm.org.br/anais/creem/2010/TRABALHOS/FP/FP-16.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2023.

SILVA, Clarence W. **Vibration Damping, Control, And Design**. 1. ed. Vancouver: The University of British Columbia, 2007. E-book. Disponível em: <https://vdoc.pub/documents/vibration-damping-control-and-design-3talj1ph0ddg>. Acesso em: 25 abr. 2023.

SOTELO, José. **Introdução às vibrações mecânicas**. 1. ed. São Paulo. Editora

Blucher, 2006. E-book. ISBN 9788521214953.

TEIXEIRA, Paulo Sérgio *et al.*. Simulação matemática de sintetização de um sinal sonoro obtido através de um violão Gianini. **Cadernos UniFOA**, Volta Redonda, n. 39, p. 41-51, abr. 2019. Online. Disponível em: [https://revistas.unifoa.edu.br/cadernos/article/download/2381/pdf\\_1](https://revistas.unifoa.edu.br/cadernos/article/download/2381/pdf_1). Acesso em: 12 abr. 2023.