



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE ENSINO DE GRADUAÇÃO EM EXATAS E DA NATUREZA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

DÉBORA BEATRIZ BATISTA DOS SANTOS

**ELABORAÇÃO DE TAREFAS DE SEQUÊNCIAS DE PADRÕES POR  
PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS EM UM PROCESSO FORMATIVO  
REMOTO**

RECIFE

2023

DÉBORA BEATRIZ BATISTA DOS SANTOS

**ELABORAÇÃO DE TAREFAS DE SEQUÊNCIAS DE PADRÕES POR  
PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS EM UM PROCESSO FORMATIVO  
REMOTO**

Monografia de graduação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco como componente optativo para obtenção de grau de licenciada.

Orientador: Prof. Dr. Jadilson Ramos de Almeida

RECIFE

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Sistema Integrado de Bibliotecas  
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

S237e

Santos, Débora Beatriz Batista dos

Elaboração de tarefas de sequências de padrões por professores dos anos iniciais em um processo formativo remoto /  
Débora Beatriz Batista dos Santos. - 2023.  
44 f. : il.

Orientador: Jadilson Ramos de Almeida.  
Inclui referências.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Licenciatura em  
Matemática, Recife, 2023.

1. Pensamento algébrico. 2. Teoria da objetivação. 3. Labor conjunto remoto. 4. Elaboração de tarefas. 5. Formação  
continuada de professores dos anos iniciais. I. Almeida, Jadilson Ramos de, orient. II. Título

CDD 510

---

DÉBORA BEATRIZ BATISTA DOS SANTOS

**ELABORAÇÃO DE TAREFAS DE SEQUÊNCIAS DE PADRÕES POR  
PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS EM UM PROCESSO FORMATIVO  
REMOTO**

Monografia de graduação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco como componente optativo para obtenção de grau de licenciada.

Aprovado em: 10/05/2023

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Jadilson Ramos de Almeida (Orientador e Presidente)

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Elisângela Bastos de Melo Espíndola (Examinadora Interna)

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Juliana Martins (Examinadora Externa)

RECIFE

2023

A Deus.

Aos meus pais, Jane e Hélio, por serem pais maravilhosos, acreditarem na Educação e incentivarem os meus estudos, apoiando as minhas escolhas e por todo amor e carinho que recebo.

À minha irmã Laura pelos momentos que passamos juntas, pelas conversas e carinhos.

À minha avó Luiza (in memoriam) por todo amor que recebi enquanto estive neste mundo.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por me conduzir em todos os momentos da minha caminhada neste curso e a realização deste trabalho.

À minha mãe Jane, por sempre acreditar no meu potencial e por me incentivar nas minhas escolhas, sempre apoiando, servindo de exemplo de força feminina. Agradeço pelo carinho, amor e apoio em todos os momentos.

Ao meu pai Hélio, por acreditar e investir em minha educação, me apoiando em momentos felizes e tristes. Um exemplo de homem e de pai que carrego comigo.

À minha irmã Laura por estar presente nos diversos momentos de minha vida, por me fazer rir, pelas conversas e pela amizade.

Aos amigos e amigas que fiz ao longo deste curso, pelos momentos de alegria, de trabalho, pelas risadas e aperreios ao longo desses semestres.

Ao meu orientador, Jadilson Almeida, por todo apoio nos ESOs, PIBIC e Monografia. Grata pela aprendizagem que tive ao longo de todas as orientações.

À professora Juliana Martins, que com Jadilson, me deram a oportunidade de conhecer sobre a formação proposta pelos mesmos.

Ao Grupo de Pesquisa Al-Jabr, que me mostrou uma temática e teoria ainda não conhecidas por mim, proporcionando novas experiências e aprendizados.

Ao meu supervisor de Estágio, Valdir Ferreira, pelo apoio e ajuda na escola campo dos ESOs, sempre fornecendo informações sobre a profissão a qual me dedicarei.

À EREM Sofrônio Portela, por me receber de braços abertos em todos os momentos que necessitei ao longo de minha graduação.

E à UFRPE, a qual me acolheu ao longo da graduação, ao Departamento de Matemática, ao Departamento de Educação e aos professores e professoras que contribuíram para a minha formação acadêmica.

*Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção. Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender.*

*(FREIRE, 1996)*

## RESUMO

Este trabalho tem por objetivo apresentar um estudo acerca do processo de formação do pensamento algébrico de professores dos anos iniciais do EF, segundo a Teoria da Objetivação, quando elaboram tarefas de sequências de padrões em um processo formativo remoto. Por meio de uma formação continuada, realizada pelo grupo de pesquisa Al-Jabr com apoio da FACEPE (Edital APQ 16/2021), professores e coordenadores de escolas de ensino fundamental do estado de Pernambuco, realizaram discussões sobre como trabalhar tarefas específicas nas salas de aula que visam aos alunos pensarem algebricamente. A formação teve como base teórica e metodológica a Teoria da Objetivação (TO). A TO é uma teoria de cunho histórico-cultural voltada para o ensino e aprendizagem não individualista. Temos como foco da análise o 6º encontro de um pequeno grupo de professores que elaboraram duas tarefas sobre sequências e padrões em um Labor Conjunto Remoto. Nesse sentido, tivemos como objetivos específicos analisar como os professores elaboram os comandos da tarefa e se ocorre a presença dos três vetores característicos do pensamento algébrico com base na TO. Dentre os resultados obtidos, identificamos que os professores foram capazes de elaborar e de construir suas análises sobre a ocorrência dos vetores nas tarefas. Além disso, os professores conseguiram denominar o tipo de generalização de cada tarefa elaborada. Concluímos que uma formação adequada para os professores transforma as suas posturas quanto educadores e observamos que o labor conjunto remoto foi um processo que tornou professores ainda mais reflexivos e críticos no processo de elaboração.

**Palavras-chave:** Pensamento algébrico; Teoria da objetivação; Labor conjunto remoto. Elaboração de tarefas; Formação continuada de professores dos anos iniciais.



## ABSTRACT

The objective of this work was to present a study about the formation process of algebraic thinking of teachers in the early years of elementary school, according to the Objectification Theory, when they elaborate tasks of sequences and patterns in a remote formative process. The continuing education, carried out by the search group Al-Jabr with support from FACEPE (Publication APQ 16/2021), involved the participation of teachers and coordinators of elementary schools in the state of Pernambuco, debated how to work specific tasks in classrooms aimed at students' ability to think algebraically. The continuing education was based on the Objectification Theory (OT). The OT is a cultural-historical theory focused at non-individualistic teaching and learning. We focused on the analysis of the 6th meeting of a small group of teachers who created two tasks about sequences and patterns in a remote joint labor. In this sense, we had specific objectives to analyze how teachers elaborate task commands and if there is the presence of the three vectors of algebraic thinking. Among the results obtained, we identified that the teachers were able to create the tasks and discuss their analysis of the presence of vectors. The teachers were also able to determine the type of generalization of each elaborated task. We conclude that adequate continuing education for teachers transforms their attitudes as educators and we can observe that the remote joint labor was a process that aimed to make teachers reflective and critical in the elaboration process.

**Keywords:** Algebraic thinking; Objectification theory; Remote joint labor; Elaboration of tasks; Continuing education of teachers of the early years.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1:</b> Modelo de estruturação do planejamento de uma AEA.....	22
<b>Figura 2:</b> As fases do labor conjunto.....	24
<b>Figura 3:</b> Planejamento de uma AEA em formato remoto.....	31
<b>Figura 4:</b> Labor conjunto remoto.....	32
<b>Figura 5:</b> Imagem escolhida pelo PG com padrão de repetição.....	35
<b>Figura 6:</b> Imagem escolhida pelo PG com padrão de crescimento.....	38

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1:</b> Objetos de conhecimentos e habilidades sobre sequências e padrões propostos pela BNCC.....	17
<b>Quadro 2:</b> Objetivos de aprendizagem pelos Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco voltados a sequências e padrões.....	19
<b>Quadro 3:</b> Síntese-Vetores do pensamento algébrico segundo Radford- 2010.....	25
<b>Quadro 4:</b> Eixos do objeto de saber da formação.....	30

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

**AEA** – Atividade de Ensino Aprendizagem

**BNCC** – Base Nacional Comum Curricular

**CNPq** – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

**EF** – Ensino Fundamental

**FACEPE** – Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia de Pernambuco

**GG** – Grande Grupo

**PDF**-Projeto Didático da Formação

**PG**-Pequeno Grupo

**PIBIC** – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica

**TO** – Teoria da Objetivação

**UFRPE** – Universidade Federal Rural de Pernambuco

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	12
1.1 OBJETIVOS.....	13
1.1.1 Objetivo Geral.....	13
1.1.2 Objetivos Específicos.....	13
1.2 APRESENTAÇÃO DOS CAPÍTULOS.....	14
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	15
2.1 O ENSINO-APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	15
2.1.1 Álgebra nos anos iniciais: o que dizem os documentos oficiais?.....	15
2.2 A IMPORTÂNCIA DA FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES.....	20
2.3 O QUE DIZ A TEORIA DA OBJETIVAÇÃO?.....	21
2.4 O PENSAMENTO ALGÉBRICO À LUZ DA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO.....	24
2.4.1 Indeterminação de grandeza.....	25
2.4.2 Representação semiótica.....	26
2.4.3 Analiticidade.....	27
3 METODOLOGIA.....	29
4 RESULTADOS.....	35
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	41
REFERÊNCIAS.....	42

## 1 INTRODUÇÃO

Este trabalho é uma ampliação de uma pesquisa realizada enquanto bolsista CNPq/UFRPE do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC), a partir de um projeto de pesquisa intitulado por “Conhecimento didático acerca da álgebra: um projeto de formação continuada com professores dos anos iniciais do ensino fundamental à luz da teoria da objetivação”. Tal projeto recebeu o apoio financeiro da Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE), pelo Edital APQ 16/2021 e foi idealizado pelo Grupo de Pesquisa Al-Jabr em História, Epistemologia e Didática da Álgebra, da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE).

Por meio do projeto de pesquisa, realizamos um estudo sobre “Elaboração de tarefas de sequências de padrões por professores dos anos iniciais em um processo formativo remoto”. A pesquisa teve como base uma formação elaborada pelo grupo de pesquisa. No estudo realizado, buscamos analisar como professores podem elaborar tarefas voltadas a álgebra, para alunos dos anos iniciais do ensino fundamental, com o intuito de trabalhar o pensamento algébrico em crianças.

Tomada como uma referência fundamental para a elaboração de propostas pedagógicas e currículos educacionais da educação básica brasileira, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), aponta a finalidade da unidade temática álgebra: o desenvolvimento do pensamento algébrico. Diante disso, é fundamental que professores de matemática do ensino básico busquem trabalhar o desenvolvimento deste pensamento por meio do uso de metodologias e materiais voltados à aprendizagem dos alunos.

Uma maneira de descobrir novas metodologias e materiais voltados para a aprendizagem dos alunos é a participação em formações continuadas voltadas para professores. Tais formações são de extrema importância para os professores devido à inserção e apresentação de novas ideias, teorias, metodologias, materiais e etc., a fim de auxiliar os professores em suas aulas e no processo de ensino-aprendizagem de seus alunos.

Nessa perspectiva, Almeida e Martins (2022) afirmam que acompanhar atualizações, avanços científicos e saberes que permeiam o currículo da educação básica é um dever da formação continuada para professores dos anos iniciais. A formação continuada possibilita aos professores o acesso a inovações e a teorias educacionais pouco conhecidas e que abrem portas para novas experiências, como, por exemplo, a elaboração de atividades que promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Pensando em uma formação continuada, o Grupo de Pesquisa Al-Jabr idealizou um processo formativo voltado para professores e coordenadores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental de escolas espalhadas pelo estado de Pernambuco. A formação teve como base metodológica uma teoria histórico-cultural: a Teoria da Objetivação (TO). A TO é uma teoria desenvolvida pelo Prof. Dr. Luis Radford, da Laurentian University, Canadá. Radford (2021a) propõe em sua teoria uma ideia de atividade, intitulada por Atividade de Ensino Aprendizagem (AEA) e é estruturada em dois momentos: o planejamento de tarefa (1) e o labor conjunto (2).

Com base na TO, os professores participantes do projeto formativo realizaram o planejamento de uma tarefa, remotamente, divididos em pequenos grupos, a fim de elaborar tarefas voltadas para álgebra dos anos iniciais do ensino fundamental, com o objetivo de os alunos pensarem algebricamente sobre as ideias de sequências e padrões. A partir disso, tivemos a ideia de verificar o percurso da elaboração dessas tarefas com o objetivo de analisar a caracterização do pensamento algébrico pelos professores participantes da formação, baseados nas ideias da TO.

Toda a análise do 6º encontro da formação se deu a partir da gravação da reunião realizada, em que as falas dos participantes serviram como base para esse estudo. Nossa análise se deu na observação de como tais professores elaboram os comandos das tarefas, como refletem sobre as formas que os alunos podem resolvê-las, quais materiais podem ser utilizados. Além disso, temos um ponto de destaque para a percepção dos professores de que as tarefas elaboradas possuem o objetivo de trabalhar ou não o pensamento algébrico, em que os professores identificam nas tarefas os elementos caracterizadores do pensamento algébrico proposto pela TO.

## **1.1 OBJETIVOS**

### **1.1.1 Objetivo Geral**

- Analisar o pensamento algébrico de professores dos anos iniciais, presente na elaboração de tarefas sobre sequências de padrões.

### **1.1.2 Objetivos Específicos**

- Observar como os professores elaboram os comandos de uma tarefa, analisando os pontos discutidos durante a elaboração;
- Analisar a presença dos três elementos caracterizadores do pensamento algébrico (indeterminações de grandeza, representação semiótica e analiticidade) nas falas e discussão dos professores.

## 1.2 APRESENTAÇÃO DOS CAPÍTULOS

Na sequência do Capítulo 1, de Introdução, apresentamos o Capítulo 2, com algumas considerações sobre o ensino de Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a importância da formação continuada para professores, a Teoria da Objetivação e sua abordagem sobre o pensamento algébrico.

No Capítulo 3, detalharemos a metodologia da pesquisa. Em seguida, no Capítulo 4 apresentamos os resultados obtidos e as análises sobre as tarefas elaboradas. Por fim será levantado algumas considerações sobre o trabalho realizado.



## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 O ENSINO-APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Tomando a álgebra como uma das áreas de mais dificuldade de ensino e aprendizagem nas salas de aula, trataremos aqui o que documentos oficiais de educação afirmam sobre a sua importância. Ressaltamos também a necessidade de entender porque é importante trabalhar álgebra com crianças. Tal discussão é algo bastante necessário e atual.

#### 2.1.1 Álgebra nos anos iniciais: o que dizem os documentos oficiais?

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento oficial voltado para a Educação Básica brasileira, e tem o dever de nortear os currículos das redes e sistemas de ensino e propostas pedagógicas para escolas privadas e públicas, desde a Educação Infantil até o Ensino Médio de todo o Brasil. A BNCC serve de base para nivelar os alunos do país propondo temas essenciais que devem ser aprendidos durante todo o ensino básico.

A Base traz em sua estruturação competências a serem trabalhadas ao longo de toda a educação básica do país. Sua estrutura geral é dividida em três etapas: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Falaremos em como a BNCC aborda os temas voltados a Matemática e propostos para o Ensino Fundamental.

Apesar de ser tomada como uma ciência voltada para as hipóteses e deduções, a BNCC também denomina a Matemática como algo de fundamental importância para as experimentações investigativas de sua aprendizagem.

A fim de garantir o desenvolvimento da aprendizagem matemática, a base lista oito competências específicas da área voltadas ao Ensino Fundamental. Dentre elas destacamos a competência dois que visa “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes”, na qual os alunos devem ser capazes de construir seus próprios argumentos diante dos temas abordados da área matemática.

A competência seis diz que:

Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras

linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) (BRASIL, 2018, p.267).

Notamos aqui a ideia proposta de que os alunos devem ser capazes de construir diferentes formas de expressar seus pensamentos, ideias, conclusões, a partir do uso de tabelas, gráficos, desenhos, por exemplo. O aluno passa a utilizar meios semióticos para expressar o seu conhecimento, além da linguagem escrita utilizada frequentemente pelos professores e que na grande maioria das vezes é complexa para o entendimento dos alunos.

Outra competência que destacamos é a oitava que diz que os alunos devem

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 2018, p.267).

A importância da construção da relação aluno-aluno, por meio da proposta de atividades que visam essa relação é essencial para a aprendizagem matemática. O trabalho coletivo tem o seu papel de importância para que cada aluno consiga escutar as ideias dos demais colegas, por meio de discussões, reflexões e críticas sobre o tema abordado.

Dentre os mais diferentes campos da Matemática, a BNCC propõe cinco unidades temáticas seguidas de suas respectivas habilidades que devem ser desenvolvidas ao longo de todo o Ensino Fundamental. Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística são as unidades propostas pela base, que carregam com si seus objetos de conhecimento e habilidades. Traremos um destaque para a Álgebra que é o foco deste trabalho.

Das cinco unidades temáticas propostas pela BNCC, a álgebra está em um ponto de discussão entre muitos educadores matemáticos de como realizar sua abordagem em sala de aula a fim de resolver as dificuldades de aprendizagem que surgem aos alunos. A Álgebra é associada por muitos como uma área nas quais letras e números são misturados. Porém, com foco no ensino fundamental, a álgebra tem por objetivo que os alunos sejam capazes de idealizar e generalizar regularidades e padrões, utilizando de situações cotidianas, por exemplo.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular, a álgebra:

Tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e,

também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2018, p.270)

A BNCC afirma que para tal finalidade os próprios alunos devem ser capazes de identificar nas sequências trabalhadas em aula, padrões ou regularidades com o objetivo de desenvolver tal pensamento. Tais sequências podem ser tanto numéricas quanto não numéricas, utilizando-se, por exemplo, de símbolos ou figuras. A BNCC reforça ainda a importância do ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental destacando que é essencial que algumas dimensões da álgebra como as ideias de regularidade, propriedades da igualdade e generalização de padrões, estejam presentes no processo de ensino-aprendizagem a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Ainda sobre os anos iniciais, a BNCC destaca a importância de não propor o uso das letras para representar uma regularidade observada em uma sequência durante esta fase de ensino. De fato, os alunos dos anos iniciais ainda não possuem a ideia do que tais letras podem representar ou o significado das variáveis numéricas e nem mesmo construir uma generalização formal como uma expressão numérica, por exemplo. Esta fase de aprofundamento da Álgebra é algo voltado para a aprendizagem dos anos finais do Ensino Fundamental, por isso reforçamos a importância da aprendizagem desta unidade temática desde os anos iniciais.

No Quadro 1 a seguir, podemos observar os objetos de conhecimentos e suas respectivas habilidades propostas pela BNCC referentes à sequências e padrões, que devem ser trabalhados nas aulas de álgebra dos anos iniciais do EF.

**Quadro 1:** Objetos de conhecimentos e habilidades sobre sequências e padrões propostos pela BNCC

<b>Ano Escolar</b>	<b>Objetos de conhecimento</b>	<b>Habilidades</b>
<b>1º ano</b>	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências.	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
	Sequências recursivas: observação de regras usadas em seqüências numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo).	(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
<b>2º ano</b>	Construção de sequências repetitivas e de sequências	(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número

	recursivas	qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.  (EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
<b>3º ano</b>	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
<b>4º ano</b>	Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural.	(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
	Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero.	(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.

Fonte: Retirado de BRASIL, 2018, p. 278-291.

Partindo para um documento de cunho estadual, abordaremos sobre os Parâmetros para Educação Básica do Estado de Pernambuco. O documento divide a Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental em cinco unidades temáticas: Geometria, Estatística e Probabilidade, Álgebra e Funções, Grandezas e Medidas, e Números e Operações. Veremos o que tal documento diz sobre o ensino da Álgebra nesses anos.

Sobre o campo da Álgebra, o Currículo de Pernambuco do Ensino Fundamental traz a ideia de que:

As tendências atuais em Educação Matemática encaram a álgebra não mais como um bloco de conteúdos, mas como uma forma de pensar matematicamente, caracterizada, entre outros aspectos, pela busca de generalizações e de regularidades. Com base nesse ponto de vista, é recomendável que o ensino de álgebra seja desenvolvido desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, com o cuidado de não o reduzir a simples manipulação simbólica, mas estimulando o desenvolvimento do pensamento algébrico (PERNAMBUCO, 2019, p.364).

Observamos um destaque do documento sobre a visão da Educação Matemática no campo da Álgebra e a importância que a mesma aponta sobre o ensino da área. O currículo reforça a necessidade de olhar para Álgebra como algo que vise trabalhar o pensamento

algébrico, por meio de generalizações e regularidades. E a partir do destaque desta necessidade, observamos a recomendação do ensino de Álgebra voltado para as crianças, reforçando ainda mais a ideia de que este ensino nos anos iniciais é fundamental.

Além disso, os parâmetros destacam a importância de não reduzir o ensino de Álgebra a apenas uma manipulação simbólica. O ensino de álgebra utiliza-se de símbolos como um meio de busca do aluno para identificar regularidades e padrões de uma sequência. Por meio de atividades propostas pelo professor, o aluno tem o papel de identificar os elementos e as regras que formam tais sequências.

No Quadro 2, a seguir, veremos as propostas dos Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco sobre o ensino de sequências do 1º ao 5º ano.

**Quadro 2:** Objetivos de aprendizagem pelos Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco voltados a sequências e padrões

<b>Ano escolar</b>	<b>Objetivo(s) de aprendizagem</b>
1º ano	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Compreender a noção de regularidade, a partir da construção de uma sequência numérica até 30, em ordem crescente ou decrescente.</li> <li>● Compreender a noção de regularidade a partir da ordenação de números até 30, reconhecendo qual vem antes ou depois na sequência.</li> <li>● Completar uma sequência (numérica ou de figuras) com elementos ausentes no final da sequência.</li> </ul>
2º ano	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Completar uma sequência (numérica ou de figuras) com elementos ausentes no meio ou no final da sequência.</li> </ul>
3º ano	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Completar uma sequência (numérica ou de figuras) com elementos ausentes no meio ou no final da sequência.</li> </ul>
4º ano	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Reconhecer o padrão que está associado à multiplicação de um número por 10 ou por 100 (perceber que todo número multiplicado por 10 termina em zero e que multiplicado por 100 termina em dois zeros).</li> <li>● Descrever e completar uma sequência (numérica ou de figuras) com elementos ausentes no meio ou no final da sequência.</li> </ul>
5º ano	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Descrever e completar uma sequência (numérica ou de figuras) com elementos ausentes (no início, no meio ou no fim da sequência).</li> </ul>

Fonte: Retirado e adaptado de PERNAMBUCO (2013)

Vimos que ambos os documentos abordados reforçam a ideia do ensino de Álgebra nos anos iniciais. Van de Walle (2009) indica que começar o processo de desenvolvimento das formas de pensar a partir dos anos iniciais da escolarização faz com que os alunos passem

a pensar de forma produtiva com as ideias matemáticas, ou seja, a capacidade de pensar matematicamente. De fato, essa é uma concordância geral de muitos educadores matemáticos com foco no ensino da álgebra e assim aponta a importância da associação da matemática na vida cotidiana, quando o aluno passa a pensar algebricamente e lida com problemas do seu dia a dia ou do meio social.

Logo, ensinar Álgebra a criança é uma discussão necessária, atual e também de extrema importância para construção de futuras aprendizagens. Mas como os professores devem iniciar o ensino desta unidade temática? Para isso é necessário um preparo dos professores; uma formação que vise auxiliar e incentivar tais profissionais a inserir a Álgebra nos anos iniciais.

Na próxima seção abordaremos a importância de formações continuadas para professores e principalmente aquelas voltadas à Álgebra.

## 2.2 A IMPORTÂNCIA DA FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES

Para que a efetivação do que propõe os documentos oficiais ocorra é necessária a preparação dos professores, principalmente nos anos iniciais do ensino fundamental. O desenvolvimento do pensar algebricamente parte dos alunos, porém o professor também está presente nesse processo, por meio da proposta de atividades bem desenvolvidas com objetivos que visam esse desenvolvimento.

Diante disso, destacaremos a importância da formação continuada para professores. Nacarato, Mengali e Passos (2009), apontam que é um desafio para o professor ensinar aquilo que o próprio não aprendeu. A ausência de uma formação adequada para os professores os levam a construir um modo de reprodução baseado naquilo que aprenderam em sua escolarização, por meio de regras, técnicas ou procedimentos.

Uma discussão atemporal entre muitos professores é de que em sua formação inicial, o professor não conhece todos saberes necessários para sua atuação em sala de aula. O professor deve estar sempre estudando, participando de formações de forma contínua, conhecendo novas práticas, sempre buscando o conhecimento e a fim de aprimorá-los.

Rodrigues, Lima e Viana (2017) afirmam que “é necessário que os docentes saiam do dito comodismo de uma prática constante e imutável, e (re)planejem suas ações dentro da sala de aula para que alcance melhor os educandos”. De fato, muitos professores preferem manter as mesmas técnicas e metodologias em uso em suas salas de aulas, sem se

preocuparem em como seus alunos podem aprender novos conteúdos, já que o ensino por metodologias repetitivas e enfadonhas pode não gerar uma aprendizagem em seus alunos. Particularmente na área da Matemática, tais atitudes estereotipam a disciplina como algo difícil, abominável por muitos e que acaba por ser caracterizada como algo que não é de aprendizagem para todos.

Assim, sobre uma reflexão crítica da formação do professor, Freire (1996) diz que “é pensando criticamente a prática de ontem que se pode melhorar a próxima prática”. O professor deve analisar suas práticas voltando seu olhar para aquelas já realizadas, visando entender quais os pontos devem ser repensados e reconstruídos, a fim do próprio professor assumir que sua prática pode não estar favorecendo a aprendizagem dos seus alunos. Ao se colocar nessa posição, o professor reconhece que não é o detentor de todo o conhecimento e sim um ser que está sempre em busca de conhecer o novo; seja novas metodologias, práticas, ferramentas, que visam atingir o seu papel de professor.

Diante destas circunstâncias, reforçamos a importância de uma formação continuada para professores, formação essa que tenha como objetivo envolver seus participantes a fim de entenderem e reconhecerem a importância desse processo formativo em sua profissão. O professor tem o papel de buscar pelo novo, pensando sempre em suas aulas e seus alunos, voltando seu olhar para a relação ensino e aprendizagem.

### 2.3 O QUE DIZ A TEORIA DA OBJETIVAÇÃO?

A Teoria da Objetivação (TO), elaborada pelo professor Luis Radford (Laurentian University, Canadá), é uma teoria de cunho histórico-cultural voltada para o ensino e aprendizagem não individualista. Inicialmente a TO era focada para a educação matemática e tomou como base algumas concepções como as freirianas, vygotskianas, marxistas, neohegeliana, etc (Radford, 2021a).

Segundo Radford (2021a, p.36), a Teoria da Objetivação “se posiciona em um projeto educacional diferente: aquele que considera a educação como um evento ético e estético inevitavelmente imerso em um espaço político”. Sobre a questão estética da educação, Radford explica que está voltada ao fato de que educar é transformar indivíduos de forma contínua por meio de experiências tanto individuais quanto sociais. Assim, na TO, a escola é o lugar de transformação social dos indivíduos.

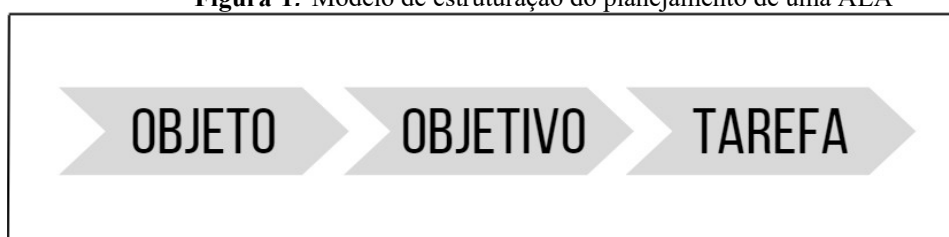
O que difere a TO de outras teorias da Educação Matemática é a teorização da aprendizagem. Essa teorização é dada como um processo que envolve os *saberes culturais* e o *dever* dos indivíduos. Tais saberes são produzidos coletivamente (Radford, 2021a) e mudam de acordo com o tempo ou a cultura em que estão inseridos. Em outras palavras, a TO visa o relacionar do *saber* e do *ser* dos indivíduos.

Da materialização do saber surge o conhecimento, e essa materialização é concebida pela *atividade*. Ou seja, o saber e o conhecimento estão ligados à atividade. Uma exemplificação dada por Almeida e Martins (2022) ocorre quando os alunos, ao pensarem algebricamente, mobilizam formas desse pensamento na qual devem ser colocados em uma determinada atividade em que o saber se torne sensível, material, perceptível: o conhecimento. Portanto, a atividade é destaque na TO, aquilo que dá vida ao saber.

Radford propõe uma ideia de atividade baseada na TO: Atividade de Ensino-Aprendizagem (AEA). Tal atividade tem por estrutura dois momentos: o planejamento de tarefa (1) e o labor conjunto (2). A AEA traz a ideia de que tanto o professor quanto os alunos devem trabalhar em conjunto, na qual o intuito é que o *saber* seja materializado. Assim, o esforço pela busca dessa materialização do saber em conjunto resulta no conhecimento para os alunos.

O primeiro momento da AEA é definido pelo planejamento do professor. De acordo com Almeida e Martins (2022) é a partir de seu projeto didático que ocorre o planejamento de uma AEA. Na Figura 1, temos a estrutura de uma AEA a ser planejada pelo professor.

**Figura 1:** Modelo de estruturação do planejamento de uma AEA



Fonte: Adaptado de Radford (2015, p.555)

O professor planeja uma atividade de ensino-aprendizagem tomando um objeto de saber. Neste caso, a tarefa analisada neste trabalho foi elaborada coletivamente por professores, tendo como objeto sequências e padrões, voltada para estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental.

No processo de elaboração de uma tarefa, Radford (2015) afirma que é necessário introduzir alguns objetivos para quê a atividade de sala de aula caminhe na direção de seu



objeto: o saber. O professor deve estar ciente que precisa estabelecer objetivos ao elaborar uma tarefa específica na qual o saber é trabalhado, propondo problemas que constituam tal atividade e que auxiliem na aprendizagem de seus alunos.

Para propor problemas para a atividade, Radford aponta pontos importantes:

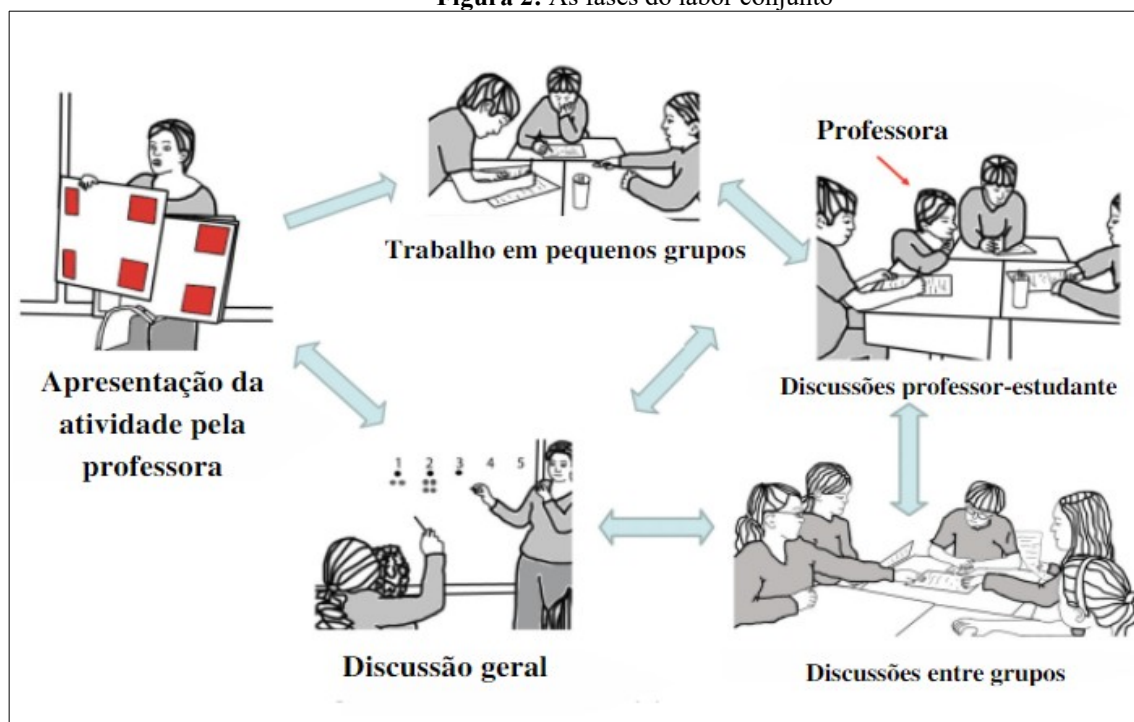
- a) Levar em consideração o que os alunos sabem;
- b) Ser interessante do ponto de vista dos alunos;
- c) Abrir um espaço de reflexão crítica e interação através de discussões em pequenos grupos e discussões gerais;
- d) Tornar significativos os conceitos matemáticos alvo em níveis conceituais profundos;
- e) Oferecer aos alunos a oportunidade de refletir matematicamente de diferentes maneiras (não apenas pelos conteúdos dominantes); e
- f) Ser organizado de forma que haja um fio conceitual orientado para tarefas de complexidade matemática crescente (Radford, 2015, tradução da p. 555).

O *labor conjunto* é o segundo eixo da atividade de ensino aprendizagem, caracterizado como a vivência na sala de aula de uma AEA. Neste momento ocorre o estabelecimento das relações professor-aluno e aluno-aluno, e é a partir dessas relações que ocorre a aprendizagem. Os alunos passam a refletir e debater suas ideias, estabelecendo uma relação de ensino-aprendizagem, tornando-se seres reflexivos e críticos.

Gomes (2020) afirma que é no labor conjunto em que acontecem várias ações mobilizadoras como discussões orais, registros escritos, gestos e outros, de naturezas diferentes, sejam social, cognitivas e dentre outras. Reforça ainda que essas naturezas promovem o encontro de todos os indivíduos envolvidos no labor conjunto com o saber matemático discutido.

Na Figura 2, a seguir, podemos observar as fases do labor conjunto a partir de uma AEA.

**Figura 2:** As fases do labor conjunto



Fonte: Radford (2020, p.30)

Podemos observar na figura 2, o momento da vivência da atividade em que ocorre as discussões e relações, observando também as disposições de cada fase dessa vivência e que podem ser alternadas, não possuindo uma ordem específica de ocorrência. Não existe uma padronização dos momentos e, além disso, o professor e os alunos estão envolvidos na dinâmica proposta.

#### 2.4 O PENSAMENTO ALGÉBRICO À LUZ DA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO

Ao abordarmos o “pensar algebricamente” podemos nos colocar em uma posição de questionamento sobre uma definição precisa do pensamento algébrico. De fato, a importância desse pensamento na aprendizagem matemática é um consenso entre pesquisadores da Educação Matemática, pois o aluno passa a desenvolver o seu pensamento algébrico.

Após uma busca pela definição desse pensamento, por meio de pesquisas de diversos autores como Rômulo Lins, James Kaput e Luis Radford, Almeida e Santos (2017) apontam que não existe um consenso entre os pesquisadores da área de Educação Matemática sobre o que de fato é o pensamento algébrico. Eles destacam que o pensamento algébrico é compreendido pela “capacidade de estabelecer relações, modelar, generalizar, operar com o

desconhecido como se fosse conhecido e construir significado para os objetos e a linguagem algébrica” (Almeida e Santos, 2017, p. 58).

Sobre o pensamento, Gomes e Noronha (2020) o descrevem como uma prática social, cultural e multimodal, de modo que o mesmo pode ser materializado e visto de diferentes formas. Essa materialização do pensar algebricamente não se resume apenas ao uso de  $x$  ou  $y$ , mas de outras formas de expressões como, por exemplo, por meio da fala, de objetos ou figuras.

Na Teoria da Objetivação, Gomes e Noronha (2020) apontam que, apesar de serem distintos, existe uma colaboração da aritmética no desenvolvimento do pensamento algébrico, uma relação de modo que ambos trabalham com os meios semióticos e o indeterminado. Vale ressaltar que esses dois pontos podem ou não serem trabalhados na aritmética, ao contrário do pensamento algébrico que possui tais pontos como alguns dos seus caracterizadores.

No Quadro 3, a seguir, podemos visualizar os elementos característicos de cada pensamento.

**Quadro 3:** Síntese-Vetores do pensamento algébrico segundo Radford- 2010

<b>Pensamento Algébrico</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Analiticidade</li> <li>● Representação Semiótica</li> <li>● Indeterminação</li> </ul>
<b>Pensamento Aritmético</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Representação Semiótica</li> <li>● Indeterminação</li> </ul>

Fonte: Retirado de Gomes (2020, p.85)

Radford (2021b) afirma que “a característica do pensamento algébrico não se encontra apenas na natureza da grandeza (ou seja, na natureza do objeto sobre o qual se raciocina), mas também no tipo de raciocínio que é feito com grandezas”. Nesse sentido, Radford aponta que existem três condições que caracterizam o pensamento algébrico na perspectiva da TO: *Indeterminações de grandeza, Representação semiótica e Analiticidade*.

#### **2.4.1 Indeterminação de grandeza**

As *indeterminações de grandeza* são denominadas por objetos de raciocínio. São voltados as grandezas indeterminadas ou desconhecidas na qual devem ser raciocinadas. Assim, o problema a se raciocinar pode ser abordado mediante da utilização de incógnitas, parâmetros e variáveis, ou seja, o termo desconhecido de uma sentença matemática.

Apesar dessa presença do indeterminado na álgebra, Gomes e Noronha (2020) esclarecem que “a adoção dessa premissa limita a álgebra e o pensamento algébrico a uma concepção vinculada ao senso comum, com foco apenas no seu aspecto sintático - no que se refere às regras e manipulação mecânica e abstrata dos símbolos”. Nesse sentido, a álgebra não pode ser resumida apenas a um cálculo de letras, em que o objetivo é único e direto: encontrar o valor de cada letra a ser calculada utilizando técnicas ou procedimentos.

A utilização do simbolismo numérico pode limitar o processo de aprendizagem da álgebra nos anos iniciais. Assim, Gomes e Noronha (2020) apontam ainda que é possível trabalhar a álgebra sem a utilização desse simbolismo numérico e de letras, de modo que o aluno consiga desenvolver o seu pensamento algébrico. As autoras destacam ainda que essa é a ideia proposta pela Teoria da Objetivação de trabalhar o sentido do indeterminado de forma conjunta com a utilização de incógnitas ou variáveis.

Essas indeterminações de grandezas possuem um sentido principal na perspectiva da TO: que os alunos possam compreender o verdadeiro sentido do termo desconhecido e de terem a capacidade de trabalhar com esse desconhecido tomando-o como algo conhecido.

#### **2.4.2 Representação semiótica**

Partindo para a simbolização dos objetos, a segunda condição intitulada por *representação semiótica*, visa à nomeação ou simbolização das grandezas do problema. Ou seja, as indeterminações necessitam ser simbolizadas utilizando-se de símbolos alfanuméricos ou por outros meios como linguagem natural, gestos, símbolos não convencionais ou a junção de todos.

Radford (2010) descreve o pensar como uma forma complexa de reflexão mediada por meio de sentidos, signos, corpo e artefatos. Além disso, o autor argumenta que os meios semióticos mobilizam uma abordagem analítica na Matemática e desse modo caracterizam a forma e a generalização do pensamento algébrico. Ressaltamos que a utilização desses meios semióticos representam as mais diferentes formas que o aluno pode vir a pensar referente a um problema proposto, nomeando o desconhecido.

Descrevendo os meios semióticos como “elementos constitutivos dos modos de pensar do indivíduo”, Vergel e Rojas (2018) afirmam que esses meios fazem parte de uma diversidade de sistemas simbólicos culturais que transcendem os indivíduos. Desde as formas de argumentação, demonstração, resolução de problemas ou até a construção de hipóteses

sobre problemas, existe uma relação histórico-cultural guiando as formas de ações que o próprio aluno utiliza nos problemas matemáticos. Assim, a TO é uma teoria histórico-cultural e de meios semióticos, que constituem o pensamento algébrico.

Assim, de acordo com Gomes (2020):

o pensamento apresenta múltiplas formas e modos de manifestação, por isso, no processo de caracterizar as estratégias de pensamento demonstradas pelos alunos no processo de introdução à álgebra, interessa-nos identificar, inicialmente, indícios de quais meios/recursos semióticos os estudantes utilizam ao se referirem ao indeterminado (Gomes, 2020, p.87).

### 2.4.3 Analiticidade

Por fim, Radford aborda sobre a *Analiticidade*, ou seja, o raciocínio. O raciocínio do aluno inclui as grandezas determinadas e não determinadas no pensamento algébrico. A *Analiticidade* é a característica principal do pensamento algébrico e é o que o difere do pensamento aritmético. Dois vetores caracterizam a analiticidade: (1) tomar o desconhecido como algo que é conhecido e (2) a dedução.

Sobre o primeiro vetor, tomar o desconhecido como algo conhecido, Radford explica que o estudante passa a tratar as grandezas na qual ainda não conhece como conhecidas. Em outras palavras, ele tem a capacidade de trabalhar tais grandezas fazendo o uso de operações já conhecidas como adição, subtração ou divisão, por exemplo, com outras grandezas.

O pensamento algébrico trabalha com a dedução e que o aluno passa a deduzir proposições e assim inicia uma análise daquilo a ser pensado e trabalhado. Gomes e Noronha (2020, p.141) afirmam que deduzir é uma estratégia do pensar algébrico, na qual se utiliza de premissas, não fazendo o uso de “tentativa e erro” e outros métodos aritméticos.

Desse modo, Gomes (2020) aponta a ideia de que quando o aluno, apenas mediado pela espontaneidade e instinto, utiliza procedimentos intuitivos, sem qualquer argumentação lógica que justifique tais ações por meio de premissas, ele não utiliza um processo de raciocínio dedutivo, pois está baseado em um pensamento aritmético. Assim, a utilização de premissas em um processo dedutivo, caracteriza o pensar algebricamente, pois não há o uso de palpites na resolução dos problemas e sim uma construção de hipóteses ou ideias de busca de uma resolução por parte do aluno.

A caracterização do pensamento algébrico em sentenças matemáticas para Gomes (2020) pode ser sintetizada em alguns pontos:

- O pensamento algébrico apresenta uma ruptura ao pensamento aritmético, essa diferenciação pode ser demonstrada pela dificuldade das crianças em operar com o desconhecido;
- O emprego de estratégias aritméticas refinadas e o uso de propriedades das operações colaboram no desenvolvimento e estruturação do pensamento algébrico;
- O pensamento algébrico e/ou aritmético pode ser expresso de múltiplos modos, por isso, é preciso proporcionar liberdade para as crianças resolverem problemas ao seu modo, bem como valorizar suas estratégias (Gomes, 2020, p.135).

Apesar de existir a presença de dois vetores em ambos os pensamentos, Gomes reforça que a dificuldade dos alunos em trabalhar com o desconhecido demonstra que tais pensamentos não podem ser resumidos em “iguais”. Portanto, a diferenciação do pensamento algébrico para o aritmético é a analiticidade, de modo que ocorre a presença de dois pontos importantes no pensar algebricamente: o indeterminado como algo determinado e o pensar a partir de deduções. Nesse sentido, a Teoria da Objetivação destaca a analiticidade como a característica principal do pensamento algébrico em que os alunos passam a construir suas ideias sobre o problema a ser trabalhado.

### 3 METODOLOGIA

A pesquisa foi realizada a partir de um projeto de formação continuada voltada para professores e coordenadores dos anos iniciais do ensino fundamental que atuam em escolas do estado de Pernambuco. O Grupo de Pesquisa Al-Jabr, tomando como base a TO, idealizou e organizou a formação continuada no formato remoto, realizada em 2022 que teve o apoio da FACEPE (Edital APQ 16/2021).

A formação foi realizada em formato remoto, por meio da plataforma Google Meet, na qual os encontros foram gravados para posteriormente realizar a transcrição de falas, expressões, interações a fim de serem analisadas. Organizada em momentos síncronos e assíncronos, a formação contou com a participação inicial de cerca de 30 professores(as) que foram adicionados a um grupo de conversas em um aplicativo de mensagens com os formadores.

Os participantes da formação foram divididos em grupos menores que contavam com a participação de um ou dois formadores. Esses grupos foram organizados utilizando-se de um aplicativo de mensagens, que serviu como meio de comunicação para realização de interações assíncronas. Referimos a esses grupos pelo nome de pequeno grupo (PG).

Iniciada em abril de 2022, a formação aconteceu ao longo de cinco meses, tendo seu último encontro no mês de setembro do mesmo ano. Durante esses meses, ocorreram dez encontros com o grande grupo (GG), aos sábados pela manhã, na qual o objetivo era de que cada PG compartilhasse com os demais grupos suas ideias e reflexões sobre as atividades propostas que realizaram durante a semana.

Referente ao material de apoio foram disponibilizados a cada participante oito textos para leitura que serviram como base para as discussões e reflexões em cada encontro. Além disso, tais materiais traziam uma proposta de atividade a ser realizada pelo PG. Cada PG decidiu um dia da semana para realizar seus momentos síncronos.

Como a base teórica e metodológica da formação é a TO, a sua estrutura se deu a partir de um projeto didático da formação (PDF) referenciando dois momentos formativos: o planejamento da AEA e a implementação dessa AEA. O PDF tomou como princípios a TO e assim trabalhou o eixo dos *saberes* e o eixo da (co)produção do *ser*. A formação do eixo dos saberes se deu a partir da álgebra e seu ensino nos anos iniciais do ensino fundamental, enquanto a co(produção) do ser foi voltada para a formação de professores a fim de que se tornem seres críticos, reflexivos e não alienantes.

A formação teve como *objeto de saber* a álgebra ensinada nos anos iniciais do ensino fundamental. Assim, o objeto a ser trabalhado foi dividido em eixos que foram conectados ao longo da formação, como mostra o Quadro 4 a seguir.

**Quadro 4:** Eixos do objeto de saber da formação

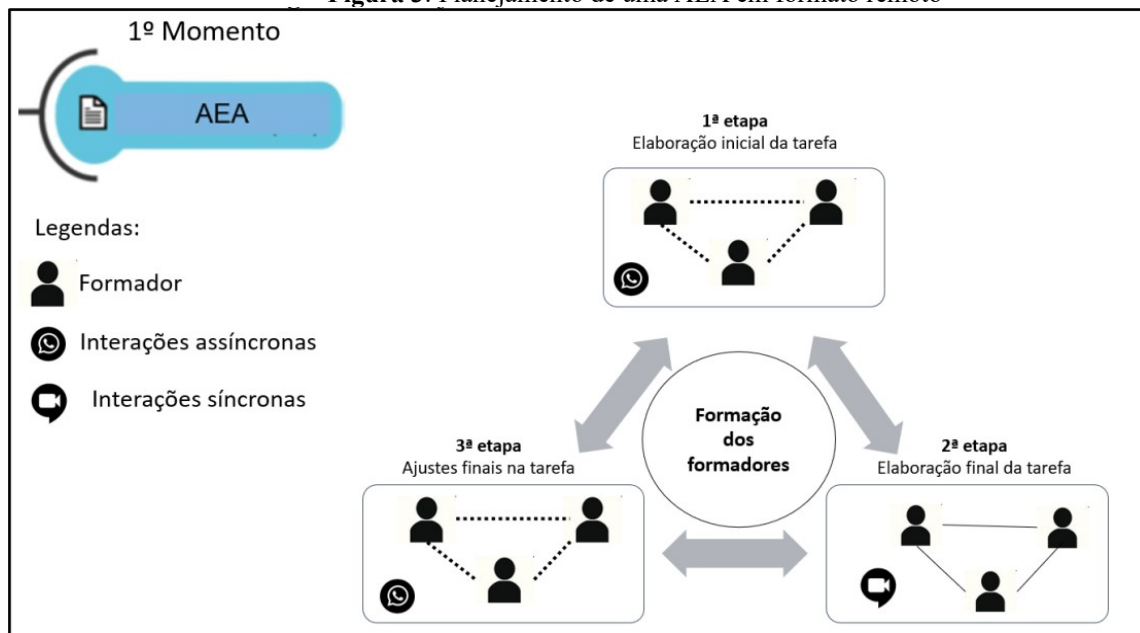
<b>Eixos</b>	<b>Conceituações</b>
Currículo	Eixo baseado em orientações da BNCC voltadas para o ensino de álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental.
Pensamento Algébrico	Eixo voltado para o pensamento algébrico e nos vetores que caracterizam o pensar algebricamente.
Conceitos de sequências e padrões	Eixo que visa o conceito de sequências e padrões de crescimento e repetição, seguindo a BNCC.
Tarefas com sequências e padrões	Analisar e elaborar tarefas de padrões de crescimento e repetição, com base na BNCC e nos caracterizadores do pensamento algébrico.
Teoria de ensino aprendizagem (TO)	Refletir sobre a possibilidade de um processo de ensino e aprendizagem não alienante, favorecendo o desenvolvimento do pensamento algébrico.
Planejamento de AEA	Planejar uma aula para os anos iniciais do ensino fundamental fundamentada na TO e tendo como objeto de saber o pensamento algébrico e as sequências de padrões.

Fonte: Adaptado de Almeida e Martins (2022, p.116)

O planejamento das AEA para formação de professores aconteceu de forma remota, tanto por interações síncronas quanto assíncronas. Ocorreram três etapas para o planejamento da AEA, em que os formadores participaram de forma colaborativa e coletiva, como mostra a Figura 3, a seguir.



**Figura 3:** Planejamento de uma AEA em formato remoto



Fonte: Almeida e Martins (2022, p. 117).

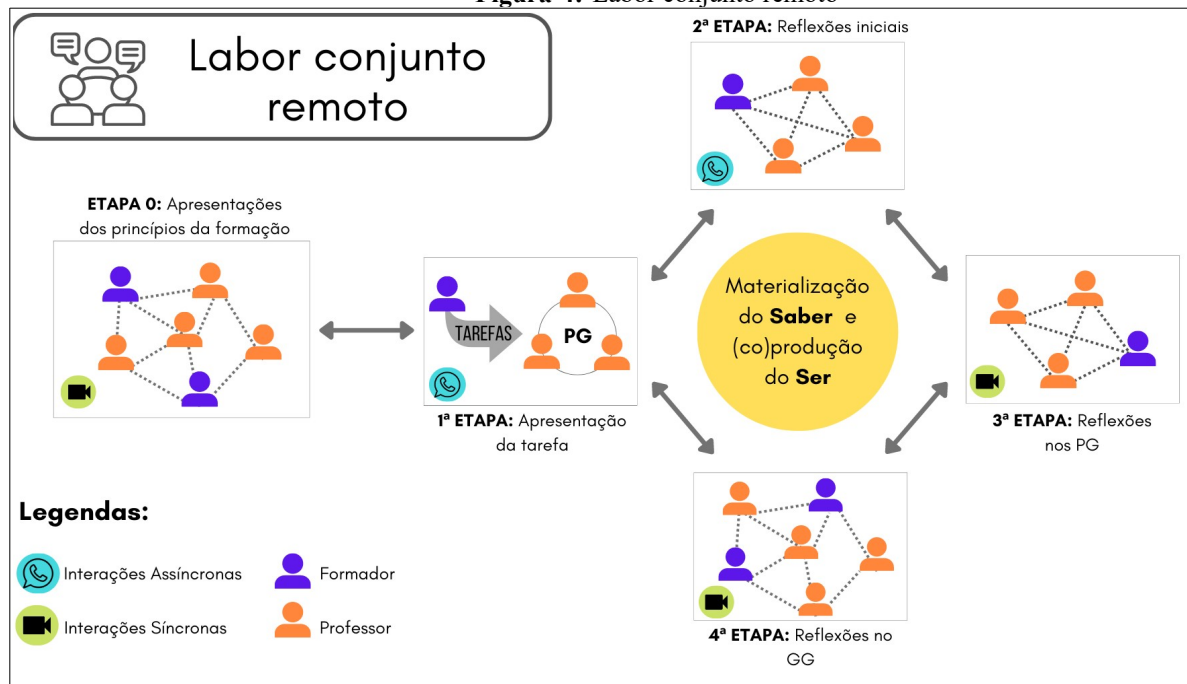
Na primeira etapa, os formadores iniciaram a elaboração da tarefa, de forma assíncrona. Cada formador buscou tarefas que se referiam aos saberes a serem trabalhados e que eram o foco da tarefa.

Por meio de uma videochamada, ocorreu a segunda etapa do planejamento. Os formadores concretizaram e finalizaram o planejamento da AEA. A ideia desta etapa é fazer com que os formadores reflitam sobre como ocorrerá o encontro formativo, discutindo as possíveis interações que a questão proposta gerará nos professores.

Já na terceira e última etapa, os formadores, após os ajustes finais nas questões propostas, finalizam a tarefa depois de uma conclusão total de todos os formadores. Por fim, as tarefas foram formatadas e disponibilizadas aos professores, para ocorrer a vivência da AEA.

A vivência da AEA, nomeada por Radford como Labor Conjunto, é iniciada a partir do seu planejamento. Tal vivência foi adaptada pelos organizadores da formação, seguindo as ideias da TO, tomando a materialização do *saber* e a (co)produção do *ser* como o centro da vivência da AEA.

Figura 4: Labor conjunto remoto



Fonte: Adaptado de Almeida e Martins (2022, p. 119).

Na figura 4, podemos observar como ocorreu o labor conjunto remoto, que foi dividido em etapas. Na etapa 0, formadores e professores se reuniram no início da formação, por meio de uma plataforma de videochamada, tendo por objetivo a apresentação de como ocorreria o processo formativo.

Na primeira etapa do labor conjunto remoto, os formadores enviaram o texto com a tarefa proposta para seus respectivos PG, formados por três ou quatro professores. As interações nesta etapa ocorreram de forma assíncrona, por meio de um aplicativo de troca de mensagens.

Já na segunda etapa, os professores iniciam as reflexões sobre o material disponibilizado individualmente, porém não solitários. A partir da troca de mensagens, o formador ou um professor fazia uma reflexão ou questão sobre o que estavam refletindo e assim coletivamente construíram uma conclusão parcial comum a todos.

A terceira etapa foi realizada de forma síncrona, a partir de videochamada. Cada PG se reuniu com seu(s) formador(es) e o objetivo era elaborar uma AEA. Particularmente, o encontro a ser analisado neste trabalho é referido a elaboração de tarefas de sequências e padrões.

Por fim, a quarta etapa era realizada no grande grupo (GG), momento em que todos os professores e formadores se reuniam por meio de uma videochamada. O encontro possuía

datas já definidas desde o início da formação e eram realizados aos sábados pela manhã. Nesses encontros com o GG, a ideia era de discutir o que foi trabalhado nos PG e assim ocorrer as reflexões referentes às tarefas propostas no texto de apoio. Os encontros virtuais, tanto dos PG quanto do GG, foram gravados para servirem de material de análise.

Nesta pesquisa, voltamos o olhar a um PG, formado por 3 professoras nomeadas de Ana, Joana e Gabi, e uma formadora Maria, e a seu sexto encontro, marcado pela elaboração de duas tarefas voltadas a sequências e padrões. Os professores, a partir da escolha de duas imagens, elaboraram tarefas seguindo quatro etapas, com suas respectivas justificativas, propostas pelo material de apoio. Tais etapas foram:

- Definir o ano escolar na qual a tarefa é destinada e qual habilidade da BNCC é trabalhada com a mesma;
- Elaboração de comandos para a atividade;
- As possíveis respostas dos alunos na resolução da tarefa;
- Qual a generalização é desenvolvida por meio da tarefa elaborada.

Além disso, a elaboração de tarefas deveria ser voltada a uma imagem que trabalhasse um padrão de repetição e outra um padrão de crescimento. Tais imagens foram disponibilizadas no texto de apoio e todas traziam figuras representando uma sequência e seu padrão.

Após a escolha das duas imagens, o PG inicia a elaboração das tarefas seguindo as etapas disponibilizadas no texto de apoio. Ressaltamos que neste momento a formadora questiona o PG com o intuito de fazer com que as professoras possam dialogar, questionar, problematizar suas ideias no decorrer de toda a elaboração.

Na primeira etapa, o PG busca analisar as habilidades propostas pela BNCC sobre sequências e padrões, que se enquadrem na imagem escolhida e assim associá-la a tarefa que será elaborada definindo a qual ano de ensino deve ser aplicada. A partir desta etapa, partiram para a elaboração dos comandos da tarefa, em que as professoras expuseram suas ideias, aperfeiçoando-as no decorrer da discussão.

Já na terceira etapa, as professoras se colocaram em uma visão de como seus alunos podem resolver os comandos que foram elaborados, observando as possíveis formas que podem ser utilizadas por eles. Na última etapa, ocorre a caracterização do pensamento algébrico, em que foi discutida o tipo de generalização de cada tarefa. Neste momento, as professoras debatem se a tarefa elaborada visa trabalhar esse tipo pensamento com suas respectivas justificativas. Além disso, reforçamos que é no decorrer dessas etapas que

analisaremos a presença dos elementos caracterizadores do pensamento algébrico apresentados pela TO.

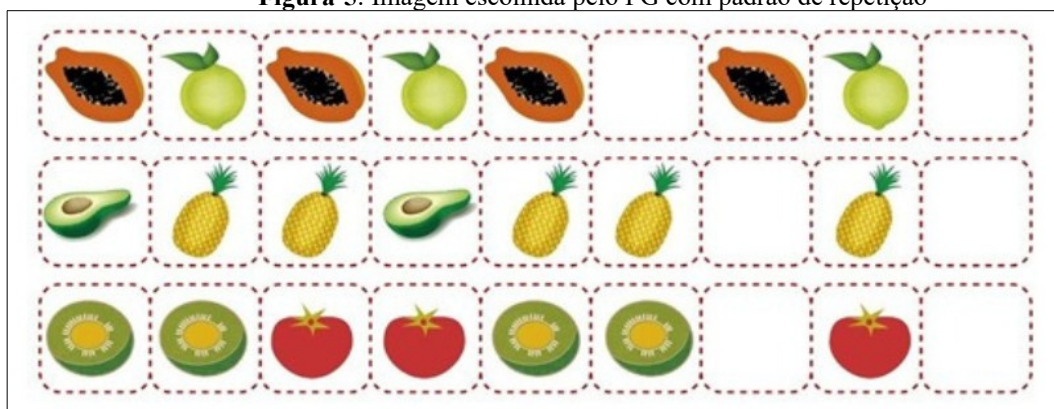
No próximo capítulo, apresentamos os resultados da pesquisa realizada.

## 4 RESULTADOS

Os resultados aqui apresentados surgiram a partir da análise do sexto encontro de um PG. Tal encontro foi realizado por meio de uma videochamada, gravada pela formadora do PG em que as falas de todos os participantes foram analisadas. Ressaltamos que todos os nomes dos participantes citados neste trabalho são nomes fictícios para assim preservar a identidade de todos.

A primeira tarefa elaborada foi voltada a uma imagem que retratava um padrão de repetição que se utilizava de frutas como representação, como mostra a figura 5, a seguir.

**Figura 5:** Imagem escolhida pelo PG com padrão de repetição



Fonte: Imagem retirada do material de apoio da formação

As participantes decidiram, de forma coletiva, que a tarefa elaborada é voltada para o 2º ano. Partindo para os comandos podemos observar uma discussão das participantes referentes de como podem explorar a imagem:

### Encontro 6

**Momento [32:00] Ana:** *Poderia ser bem simples: “Observe cada sequência de figura (são três) e desenhe nos espaços vazios as frutas que estão faltando”. [...] Dependendo do comando, o aluno pode se perder e o enunciado é muito importante.*

**Momento [33:04] Joana:** *Nesse comando que Ana falou eu acho que está adequado. “Observe a sequência de cada figura e desenhe o elemento seguinte” ou “Qual seria o próximo elemento?”. [...] Ou “complete com o elemento que está faltando ou ausente”.*

**Momento [34:10] Maria (formadora):** *Mas vamos explorar apenas isso? Vamos pensar em outros problemas. Como podemos*

*problematizar essa situação? Podemos usar o desenhar, podemos dispor algumas figuras das frutas que estão aí. Podemos pedir qual é o décimo ou décimo primeiro termo.*

Nestas falas podemos identificar a preocupação das participantes em elaborar comandos que sejam claros para a interpretação dos alunos. Dentre as ideias de comandos está a maneira que o aluno se expressará na resolução da tarefa. As participantes discutem a ideia de utilizar o desenho como forma de completar a sequência proposta.

Presenciamos nesta discussão uma característica tanto do pensamento algébrico quanto do aritmético: a expressão semiótica (RADFORD, 2021b). As professoras mostram a preocupação sobre a forma ou meio semiótico a ser utilizado pelos alunos para representar a figura ainda desconhecida. Os recursos semióticos empregados fazem parte do processo de objetivação, em que os signos possuem uma importância. Importância essa que a TO defende, em que o pensamento possui diferentes formas de representação (RADFORD, 2021b).

O primeiro comando desta tarefa é dado por “*Qual seria a próxima figura da sequência? E como você sabe disso?*”. Observamos a ideia de questionar o que o aluno pensa sobre qual o próximo termo da sequência e de como ele pode explicar sobre como chegou a tais respostas. Os argumentos podem ser ditos, por exemplo, por desenho ou até mesmo por meio da fala. Ou seja, observamos que a tarefa trabalha a expressão semiótica na qual o aluno pode representar o desconhecido, indicando a denotação.

Partindo para as possíveis respostas dos alunos, a professora Ana afirma que os alunos de 2º ano devem possuir uma facilidade em completar a primeira sequência, pois seria algo já trabalhado em anos anteriores. O aluno perceberia de forma imediata o padrão mamão-limão-mamão-limão e que o pensamento algébrico não seria trabalhado nesta sequência. De fato, o aluno apenas percebe um padrão que é repetido, em que ocorre a alternância de dois termos. Não ocorre uma dedução por parte do aluno, ocorre tudo de forma a repetir os termos conhecidos. Observamos a falta da presença da analiticidade nesta fala da professora. Desse modo, Radford (2021b) denota esse raciocínio seguido por não dedutivo, em que esta forma de pensar e resolver um problema é aritmética e não algébrica.

Veremos agora o que as professoras discutiram e qual conclusão obtiveram sobre o tipo de generalização trabalhada na tarefa:

## **Encontro 6**

**Momento [1:01:29] Maria (formadora):** *E agora, qual é o tipo de generalização? A algébrica ou a aritmética?*

**Momento [1:01:50] Ana:** *(A participante fala em tom de dúvida) Eu coloquei aritmética.*

**Momento [1:01:52] Maria (formadora):** *Por que Ana?*

**Momento [1:01:55] Ana:** *Eu acho que me apeguei muito a fala que pra estar no pensamento algébrico, para desenvolver o pensamento algébrico, o aluno tem que ter a capacidade de reconhecer o padrão e generalizar. Eu posso descobrir um termo posterior ou posso descobrir um termo que está a cem posições a frente, que está distante. Se eu generalizar qual é o padrão com essa regra e me levar a esse resultado. E nessa atividade a gente não vê isso. A gente vê que ele (aluno) simplesmente vai de mamão-limão-mamão-limão ou no caso do abacate, ele percebe um-dois-um-dois. Ele não precisa fazer grandes abstrações. [...] Mas ao meu ver, embora ele (aluno) perceba um padrão de repetição a generalização é aritmética.*

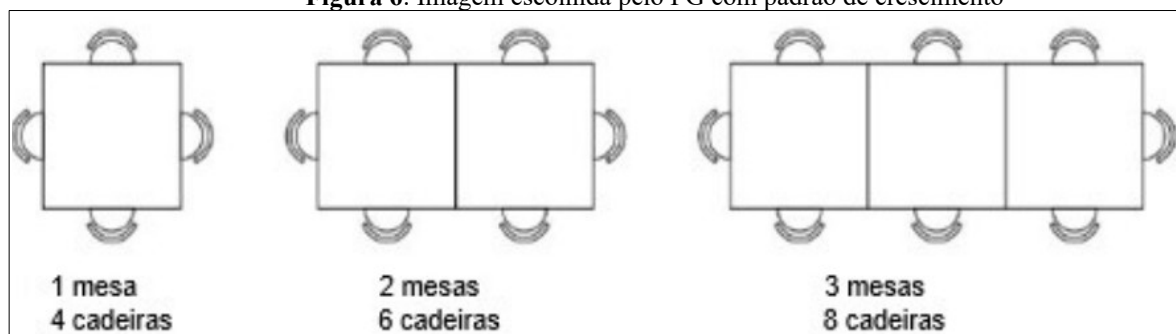
A professora é clara em suas ideias sobre o tipo de generalização da tarefa. Ela observa que o aluno não pode encontrar qualquer posição de algum elemento distante das sequências propostas sem elaborar uma generalização algébrica. O aluno apenas observará a repetição que ocorre, porém não terá a capacidade de reconhecer o padrão ao ponto de generalizá-lo.

A fala da professora Ana caracteriza a falta de analiticidade na tarefa. Ou seja, são trabalhados elementos caracterizadores do pensamento algébrico, mas tais elementos também caracterizam o pensamento aritmético. O aluno utiliza apenas a intuição, sem qualquer argumentação lógica que seja capaz de construir uma generalização algébrica que sirva para construção de qualquer outra sequência. Não é utilizado um processo dedutivo já que a tarefa se baseia em um pensamento aritmético.

As participantes chegaram à conclusão coletiva de que a generalização trabalhada na tarefa que elaboraram é aritmética, visto que não há a presença de todos os três elementos caracterizadores necessários para materialização do pensamento algébrico. Nesta tarefa, os procedimentos adotados pelos alunos não visam uma dedução. Assim, não há a dedução de uma expressão direta, ou seja, uma fórmula que permita calcular qualquer termo da sequência (RADFORD, 2013).

Partimos agora para a segunda tarefa elaborada pelo PG voltada a um padrão de crescimento.

**Figura 6:** Imagem escolhida pelo PG com padrão de crescimento



Fonte: Imagem retirada do material de apoio da formação

A tarefa elaborada foi voltada para o 5º ano e teve os seguintes comandos:

### Encontro 6

**Momento [1:28:53] Ana:** *O comando seria: “Um restaurante possui 16 mesas e precisam ser organizadas de forma que fiquem juntas em uma mesa comprida”. É uma problematização que podemos arrumar. Continua: “Sabendo que uma mesa tem 4 cadeiras e se unirmos duas mesas teremos 6 cadeiras ao seu redor, se unirmos três mesas teremos 8 cadeiras. Unindo as dezesseis mesas, quantas cadeiras conseguimos colocar ao redor da mesa?”*

A partir da questão formulada, as professoras partiram para as possíveis respostas que os alunos podem obter. Vejamos a discussão sobre esta etapa:

### Encontro 6

**Momento [1:30:18] Ana:** *E as sugestões de que o aluno poderia pensar; uma maneira de como ele pode pensar pra responder: “O aluno poderá construir uma tabela relacionando a quantidade de mesas com o número de cadeiras, observando a sequências dos números até chegar na sequência do desafio”. Se ele fizer uma tabela e colocar 1 mesa = 4 cadeiras, 2 mesas = 6 cadeiras,..., ele vai conseguir abstrair o que acontece que a cada mesa a gente acrescenta duas cadeiras. Outra forma: Ele também poderá resolver desenhando as dezesseis mesas e as cadeiras correspondentes, pois como ele não tem essa habilidade ele pode ir devagarinho desenhando as mesas e cadeiras juntas.*

**Momento [1:31:22] Ana:** *Quando eu coloquei a tabela ficou assim: O aluno que está com esse pensamento algébrico consegue abstrair*



*que tem uma regra: o número de mesas vezes dois mais dois [...] que é a generalização.*

Podemos destacar nesta fala a ideia proposta pela participante das diferentes possíveis formas que o aluno pode ter para resolver a tarefa que está sendo proposta. Observemos a ideia do uso da construção de tabelas pelo aluno para relacionar o número de mesas com o de cadeiras. A cada mesa acrescentada o aluno observará que um número fixo de cadeiras é adicionado, que neste caso será dois. Outra maneira discutida é o uso do desenho como forma de resolução. O aluno utiliza-se da representação de figuras, desenhadas pelo próprio, como instrumento de resolução.

Destacamos aqui dois elementos caracterizadores do pensamento algébrico que é o uso da expressão semiótica e o indeterminado. Existem várias formas que podem ser utilizadas na resolução de uma tarefa para representação de algo indeterminado pelo aluno. O aluno está a trabalhar com a presença de um termo desconhecido.

Para Radford (2021b), “a denotação de quantidades indeterminadas também pode ser simbolizada por meio de linguagem natural, gestos, signos não convencionais, ou mesmo uma mistura deles”. Por meio do uso, por exemplo, de tabelas ou desenhos, o aluno tem a capacidade de trabalhar com o desconhecido como se o mesmo fosse conhecido. Ele não consegue definir de imediato qual seria a quantidade de cadeiras se tivermos um número maior de mesas. O aluno utilizará de procedimentos que possuam uma argumentação lógica fazendo uso de um processo dedutivo e não intuitivo.

Note que podemos observar a principal característica do pensamento algébrico presente nesta tarefa: a analiticidade (RADFORD, 2021b). Os dois pontos que constituem a analiticidade estão presentes na resolução da tarefa por meio do ano, tanto o uso da dedução quanto o trabalho com o desconhecido como algo conhecido.

Na discussão a seguir, as participantes são questionadas sobre o tipo de generalização proposta pela tarefa:

## **Encontro 6**

**Momento [1:32:34] Maria (formadora):** *E a generalização?*

**Momento [1:32:37] Ana:** *A tarefa desenvolve a generalização algébrica, pois ao solicitar que o aluno descubra o total de cadeiras em dezesseis mesas, o aluno percebe que o que se espera dele é que extraia algum padrão e que pensando algebricamente descubra um termo longínquo. Lógico que isso se dá após uma sucessão de*

*resoluções desse tipo de problema e de uma boa condução na elaboração das situações didáticas propostas.*

A participante Ana argumenta que a tarefa propõe uma generalização algébrica na qual o aluno passa a pensar algebricamente. Um destaque para a fala da professora é sobre “a sucessão de resoluções desse tipo de problema”, pois a mesma tem a percepção de que o pensamento algébrico não é algo imediato. O aluno inicialmente necessita trabalhar nos elementos seguintes, os mais próximos da sequência, descobrindo-os pelo meio que o mais favorece, a ponto de começar a deduzir e enxergar um padrão.

Portanto, é clara a denominação da tarefa elaborada por esse PG a partir de uma imagem que utiliza um padrão de crescimento. As próprias professoras conseguem analisar que a questão visa a generalização e o pensamento algébrico, observando os elementos caracterizadores do pensar algebricamente presentes na tarefa. Nesse caso, a analiticidade se faz presente na generalização algébrica, de modo que o aluno, de forma dedutiva, elabora uma fórmula na qual se baseia em três pontos: a) a consciência de uma propriedade comum no campo fenomenológico notada a partir de observações dos termos da sequência, b) a generalização dessa propriedade comum para os termos subsequentes e c) a capacidade de uso da propriedade de forma a deduzir uma expressão direta capaz de calcular qualquer termo da sequência (RADFORD, 2013).

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho visou a análise do pensamento algébrico de professores a partir da elaboração de tarefas de sequências e padrões, voltadas para os anos iniciais do ensino fundamental, em um labor conjunto remoto.

De acordo com os resultados obtidos, observamos que a ideia da formação, que foi planejada na perspectiva da TO e trabalhada na forma do labor conjunto remoto, contribuiu para a formação dos professores participantes.

Foi possível verificar que os professores foram capazes de elaborar tarefas baseadas nos conceitos propostos pela formação. Além disso, destacamos as discussões voltadas para os três elementos caracterizadores do pensamento algébrico que foram abordados durante a elaboração coletiva das tarefas. De fato, ao elaborarem as tarefas, os professores desenvolvem o pensar algebricamente visto que passam a destacar os elementos propostos pela TO no decorrer da elaboração.

Um ponto de destaque observado é a participação coletiva dos professores. Observamos no PG a dinâmica da troca de questionamentos e discussões sobre o que cada um pensava sobre determinado ponto debatido na tarefa. Ou seja, ocorre uma formação não individualista por parte dos professores; a ideia proposta por Radford em um labor conjunto, em que observamos que também é possível ocorrer em um formato remoto.

Das dificuldades encontradas destacamos a transcrição de falas do vídeo analisado, visto que analisamos apenas as falas das participantes, sem que pudéssemos observar suas expressões faciais e gestos durante o encontro, pois todas as professoras não ativaram suas câmeras. Além disso, não tivemos acesso ao resultado final da atividade proposta para o encontro analisado do PG, com todas as respostas, justificativas e comandos finalizados, tendo acesso apenas a gravação da reunião.

Assim, os pontos aqui analisados nesta pesquisa apontam que uma formação adequada para os professores transforma as suas posturas quanto educadores, visando a aprendizagem dos alunos por meio de um ensino que prega a não individualização, prezando a construção de alunos que possam refletir, capazes de questionarem, de construir críticas sobre um conhecimento a ser aprendido.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R.; MARTINS, J. **Labor Conjunto Remoto: uma proposta metodológica para formação continuada de professores que ensinam matemática.** Revista Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. v. 12, n. 3, p. 106-124, 2022.

ALMEIDA, J. R.; SANTOS, M. C. **Pensamento Algébrico: Em busca de uma definição.** RPEM, Campo Mourão, Pr, v.6, n.10, p.34-60, jan.-jun. 2017. Disponível em <<https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6055/4078>> Acesso em 21 mar. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**, Brasília, 2018.

FREIRE. P. **A Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa.** São Paulo: “Paz e Terra”, 1996.

GOMES, Luanna Priscila da Silva. **Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação.** 2020. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, [S. l.], 2020. Disponível em: <[https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/29327/1/Introducaoalgebraanos\\_Gomes\\_2020.pdf](https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/29327/1/Introducaoalgebraanos_Gomes_2020.pdf)> Acesso em: 23 mar. 2023

GOMES, L. P. S.; NORONHA, C. A. **Caracterização do pensamento algébrico na perspectiva da teoria da objetivação.** In: GOBARA, S. T.; RADFORD, L. Teoria da objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática. São Paulo: editora Livraria da Física. 2020.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. da S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação e Esportes. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco.** Recife, 2013.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação e Esportes. **Currículo de Pernambuco: Ensino Fundamental.** Recife, 2019.

RADFORD, L. Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. **Research in Mathematics Education**, Canada, v. 12, n. 1, p. 1-19, 2010. Disponível em: <[http://www.luisradford.ca/pub/22\\_RME2010Algebraicthinkingfromaculturalsemioticperspective.pdf](http://www.luisradford.ca/pub/22_RME2010Algebraicthinkingfromaculturalsemioticperspective.pdf)>. Acesso em: 27 mar. 2023.

RADFORD, L.(2013) **En torno a tres problemas de generalización.** In: RICO, L.; CAÑADAS, M. C.; GUTIÉRREZ, J.; MOLINA, M.; SEGOVIA, I. (ed.). Investigación en Didáctica de las Matemáticas. Granada, Espanha: Editorial Comares.

RADFORD, L. **Methodological Aspects of the Theory of Objectification.** Perspectivas da Educação Matemática, [s. l.], v. 8, p. 548-567, 2015. Disponível em:

<<http://www.luisradford.ca/pub/2015%20-%20Radford%20PEM%20Methodology%20of%20the%20TO.pdf>>. Acesso em: 15 fev. 2023.

RADFORD, L. **Un recorrido a través de la Teoría de la Objetivación**. In: GOBARA, S. T.; RADFORD, L. Teoria da objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática. São Paulo: editora Livraria da Física, 2020.

RADFORD, L. (2021a) **Aspectos conceituais e práticos da teoria da objetivação**. In V. Moretti & L. Radford (Eds.), Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural (pp. 35-56). São Paulo: Livraria da Física.

RADFORD, L. (2021b). **O ensino-aprendizagem da álgebra na teoria da objetivação**. In V. Moretti & L. Radford (Eds.), Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural (pp. 171-195). São Paulo: Livraria da Física.

RODRIGUES, P. M. L.; LIMA, W. dos S.; VIANA, M. A. P. **A importância da formação continuada de professores da educação básica: a arte de ensinar e o fazer cotidiano**. Saberes Docentes em Ação, v.3, n.1, 2017. Disponível em <<https://maceio.al.gov.br/uploads/documentos/3-A-IMPORTANCIA-DA-FORMACAO-CONTINUADA-DE-PROFESSORES-DA-EDUCACAO-BASICA-A-ARTE-DE-ENSINAR-E-O-FAZER-COTIDIANO-ID.pdf>>. Acesso em 16 mar. 2023.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 585 p.

VERGEL, R.; ROJAS, P. J. **Álgebra escolar y pensamiento algebraico: aportes para el trabajo en el aula**. 1. ed. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2018. 120 p. ISBN 978-958-787-044-2. Disponível em: <[https://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado\\_ud/publicaciones/algebra\\_escolar\\_y\\_pensamiento\\_algebraico\\_aportes\\_para\\_el\\_trabajo\\_en\\_el\\_aula.pdf](https://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado_ud/publicaciones/algebra_escolar_y_pensamiento_algebraico_aportes_para_el_trabajo_en_el_aula.pdf)>. Acesso em: 27 mar. 2023.